

Zusammenfassung des Buches (Kapitel 1–13)

# Teilchen und Kerne

von

Bogdan Povh, Klaus Rith, Christoph Scholz, Frank Zetsche  
Springer Verlag

22. Juni 2005

geschrieben von  
Christoph Moder

<http://www.skriptweb.de>

Hinweise (z.B. auf Fehler) bitte per eMail an uns: [mail@skriptweb.de](mailto:mail@skriptweb.de) – Vielen Dank.



# 1 Hors d'œuvre

- Sich wiederholende Eigenschaften der Elemente im Periodensystem waren ein wichtiger Hinweis, dass Atome eine innere Struktur besitzen müssen.
- Die Streuversuche von Ernest Rutherford führten zur Entdeckung des Atomkerns. Die Energie- und Impulsbilanz beim  $\beta$ -Zerfall führte zur Entdeckung des Neutrinos. (Erklärung: Beim Zerfall kann der Kern angeregt werden; die dazu nötige Energie wird der beim Zerfall frei werdenden Energie entnommen. Die restliche Energie geht in die kinetische Energie des ausgesandten Teilchens. Da es im Kern nur diskrete Energieniveaus gibt, ist die restliche Energie ebenfalls diskret, d.h. es gibt nur  $\alpha$ -Teilchen mit bestimmten Geschwindigkeiten. Bei  $\beta$ -Teilchen ist das nicht so – weil die restliche Energie zum Teil in das Neutrino geht, und die Energieverteilung zwischen Elektron/Positron und (Anti-)Neutrino beliebig ist.)
- Durch Versuche an Beschleunigern wurde entdeckt, dass es neben Protonen und Neutronen noch etliche weitere Hadronen gibt.
- In den 1960er-Jahren wurden die Eigenschaften der Hadronen dadurch erklärt, dass sie jeweils aus zwei bis drei Quarks zusammen gesetzt sind.
- Elektronen und Neutrinos gehören zu den *Leptonen*; sie sind kleiner als  $10^{-18}\text{m}$ , möglicherweise punktförmig. Der zweite fundamentale Typ von Bausteinen sind die *Quarks*. Beide haben einen halbzahligen Spin, sind also *Fermionen*.
- Wechselwirkungen werden mit dem Austausch von Vektorbosonen erklärt, d.h. Teilchen mit Spin 1.
- Es gibt vier fundamentale Wechselwirkungen: Gravitation (im großen Maßstab), elektromagnetische Wechselwirkung (bewirkt auch die Kräfte zwischen Atomen und Molekülen; Vektorboson: Photon), starke Wechselwirkung (Vektorboson: Gluon) und schwache Wechselwirkung (Vektorbosonen:  $W^{+-}$ ,  $W^{-}$  und  $Z^0$ -Bosonen).
- Zu jeder Wechselwirkung gehört eine Ladung: elektrische Ladung, starke Ladung (auch Farbladung genannt) und schwache Ladung. Leptonen und Quarks tragen eine schwache Ladung, Quarks und einige Leptonen (z.B. Elektronen) tragen eine elektrische Ladung, und Quarks tragen eine Farbladung.
- Die  $W^{\pm}$ - und  $Z^0$ -Bosonen besitzen Ruhemassen; weil sie beim Austausch nur für extrem kurze Zeit erzeugt werden, ist wegen der Heisenbergschen Unschärferelation ihre Reichweite begrenzt. Photonen und Gluonen haben keine Ruhemasse, darum ist die Reichweite von Photonen unendlich. Gluonen tragen jedoch eine Farbladung und können darum untereinander koppeln, was die Reichweite der starken Wechselwirkung beschränkt.
- Symmetrien sind in der Physik der Grund für Erhaltungssätze (da die Wechselwirkungen invariant gegenüber den kanonisch konjugierten Größen Zeit, Ort und Winkel sind). In der Quantenmechanik gibt es außerdem die Spiegelsymmetrie (positive Parität: Vorzeichen der Wellenfunktion ändert sich bei Spiegelung nicht; negative Parität: Vorzeichen ändert sich). Außerdem gibt es die *intrinsische Parität*; damit wird die Existenz von Antiteilchen erklärt, denn die intrinsische Parität von Fermionen und Antifermionen ist unterschiedlich, von Bosonen und Antibosonen jedoch gleich. Außerdem: Multipletts von Teilchen verhalten sich bezüglich der starken und der schwachen Wechselwirkung analog, man kann die Teilchen eines Multipletts als verschiedene Zustände des selben Teilchens ausdrücken, welche durch den *Isospin* beschrieben werden.
- Größenordnungen:
  - Atom  $10^{-10}\text{m}$
  - Kern  $10^{-14}\text{m}$
  - Proton  $10^{-15}\text{m}$
  - Quark  $10^{-18}\text{m}$

## 2 Globale Eigenschaften der Kerne

- Das Elektron wurde zuerst entdeckt; in Entladungsröhren wurden Elektronenstrahlen erzeugt und durch Ablenkung in elektrischen und magnetischen Feldern konnte Thomson das Verhältnis aus Masse und Ladung bestimmen (aus dem Bahnradius). Die Elektronenladung wurde später durch Milikans Öltröpfchenversuch bestimmt.
- Als nächstes wurde der Atomkern entdeckt. Thomson hatte angenommen, dass die positive Ladung, genauso wie die negative Ladung, homogen im Atom verteilt ist – die Streuversuche von Rutherford mit  $\alpha$ -Teilchen an schweren Atomen zeigten jedoch eine Winkelverteilung (die meisten Teilchen werden kaum bis überhaupt nicht abgelenkt, manche jedoch extrem stark), die nur durch ein zentrales Coulomb-Feld mit massiv positiv geladenem Kern erklärt werden kann.
- Als nächstes folgte das Proton.  $\alpha$ -Teilchen waren bereits als ionisierte Helium-Atome identifiziert worden; Rutherford beschoss damit leichte Kerne (z.B. Stickstoff) und beobachtete positiv geladene Teilchen mit sehr großer Reichweite, welche er als herausgeschleuderte Kern-Bestandteile betrachtete. Weil diese Teilchen auch beim Beschuss von Wasserstoff beobachtet werden konnten, vermutete er, dass die Wasserstoffkerne ein elementarer Bestandteil der Materie sein müssen.
- Neutronen kann man nur indirekt nachweisen. Chadwick beschoss Beryllium mit  $\alpha$ -Teilchen und ließ die entstehenden Neutronen mit Wasserstoff, Helium und Stickstoff kollidieren, um aus dem Rückstoß auf die Energie der Neutronen zu schließen. Dadurch ergab sich, dass Neutronen ungefähr die gleiche Masse wie Protonen haben müssen.
- Die Bindungsenergie gibt die Stabilität eines Systems an; sie ist die Differenz der Masse des Systems und aller seiner Bestandteile. Dieser *Massendefekt* beträgt bei Kernen fast 1% der Masse.
- Die Kernladungszahl  $Z$  gibt die Zahl der Protonen im Kern an. Sie wird meist bestimmt, indem man das Atom anregt (durch Elektronen, Protonen oder Synchrotronstrahlung) und die Energie der  $K_\alpha$ -Linie misst, welche proportional zu  $(Z - 1)^2$  ist (*Moseley-Gesetz*).
- Die Massenzahl  $A = Z + N$  gibt die Anzahl der Nukleonen im Kern an. Die verschiedenen Kombinationen von  $Z$  und  $N$  bezeichnet man als *Nuklide*. Haben zwei Nuklide die gleiche Kernladungszahl  $Z$ , nennt man sie *Isotope*. Ist die Neutronenzahl  $N$  gleich, nennt man sie *Isotone*. Ist die Massenzahl  $A$  gleich, nennt man sie *Isobare*.
- Massenspektroskopie: In einem elektrischen Feld ist der Krümmungsradius einer Ionenbahn proportional zur kinetischen Energie, in einem magnetischen Feld ist er proportional zum Impuls:

$$r_E = \frac{M}{Q} \cdot \frac{v^2}{E} \quad r_M = \frac{M}{Q} \cdot \frac{v}{B}$$

Die Ionen treten in einem Massenspektrometer zuerst in ein elektrisches Feld ein, wo sie anhand ihres Bahnradius nach der Energie selektiert werden. Anschließend werden sie im Magnetfeld nach ihrem Impuls selektiert.

- Deuterium und Helium wurden zum größten Teil in den ersten Minuten des Universums aus Wasserstoff erzeugt. Die schwereren Kerne bis Eisen wurden durch die Kernfusion in Sternen erzeugt. Die noch schwereren Elemente stammen aus Supernovae. Wenn am Ende der Lebenszeit eines Sterns sämtlicher Brennstoff im Kern verbraucht ist (d.h. sämtliches Material ist bis zu Eisen fusioniert; bei schwereren Kernen ist die Fusion nicht mehr exotherm), fehlt die Wärmeerzeugung, die zur Teilchenbewegung führt und damit der Gravitationskraft entgegen wirkt. Weil die Fusion mit zunehmender Massenzahl immer schneller verläuft, ist schließlich die Fusion zu Eisen sehr schnell beendet, woraufhin der Kern des Sterns mit hoher Geschwindigkeit gravitativ kollabiert. Die Gravitation ist so hoch, dass die Elektronen in die Atomkerne gedrückt werden, wodurch über den inversen Betazerfall Protonen zu Neutronen werden. Nur der innerste Bereich eines Sterns kann wegen seiner hohen Dichte zusammenhängend kollabieren; weiter außen ist die Schallgeschwindigkeit unterhalb der Einfallgeschwindigkeit, so dass sich der innere Teil ablöst

und einen Neutronenkern extrem hoher Dichte bildet, während der äußere Teil des Sterns noch kollabiert. Dieser äußere Teil stürzt dann auf den Neutronenkern und wird von diesem reflektiert, wodurch sich eine Schockwelle nach außen ausbreitet. Innerhalb dieser nach außen laufenden Schockfront wird die Materie extrem stark zusammengepresst, wodurch dort sämtliche schwere Elemente erbrütet werden. In der folgenden Supernova-Explosion wird die Sternhülle samt der erbrüteten schweren Elemente abgesprengt.

- Zusammenhang zwischen Kernradius und Massenzahl:

$$R \propto A^{1/3}$$

- *Bethe-Weizsäcker-Massenformel*: Diese phänomenologische Formel liefert die Atommasse eines Atoms in Abhängigkeit der Protonen- und Neutronenzahl.

$$M(A, Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N - Z)^2}{4A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

Die genauen Werte der Parameter  $a_v$ ,  $a_s$ ,  $a_c$ ,  $a_a$  und  $\delta$  sind abhängig von dem Massenbereich, auf den man sie optimiert. Beispiel (Einheiten jeweils  $\text{MeV}/c^2$ ):  $a_v = 15,67$ ,  $a_s = 17,23$ ,  $a_c = 0,714$ ,  $a_a = 93,15$ ,  $\delta = \pm 11,2$  (positiv für uu-Kerne, negativ für gg-Kerne, 0 für ug-Kerne).

Die ersten drei Summanden geben die Masse der Neutronen, Protonen und Elektronen an. Die dahinter folgenden Summanden mit den genannten Konstanten haben folgende Namen und Bedeutungen:

- *Volumenterm*: Dieser Term ist proportional zur Anzahl der Nukleonen, d.h. die Reichweite der Kernkraft ist kurz und reicht nur zwischen zwei Nukleonen – wenn jedes Nukleon mit jedem anderen wechselwirken würde, müsste die Kraft proportional zu  $A(A - 1)$  statt zu  $A$  sein. Dieses Phänomen nennt man *Sättigung*. Die Dichte der Nukleonen ist daher konstant.
- *Oberflächenterm*: Für Nukleonen an der Oberfläche ist die Bindungskraft reduziert, weil sie von weniger anderen Nukleonen umgeben sind. Dieser Beitrag ist proportional zur Oberfläche.
- *Coulomb-Term*: Die elektrische Abstoßung zwischen den Protonen führt zu einer weiteren Reduktion der Bindungsenergie.

$$E_C = \frac{3}{5} \frac{Z(Z - 1) \alpha \hbar c}{R} \quad \text{ungefähr: } E_C \propto \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

- *Asymmetrie-Term*: Bei kleinen Massenzahlen werden Kerne mit gleicher Protonen- und Neutronenzahl bevorzugt. Wenn man sich die Nukleonen in einem Potenzialkasten vorstellt, dann können sich wegen des Pauli-Prinzips nur jeweils zwei Nukleonen einer Sorte auf einem Energieniveau befinden – acht Protonen oder acht Neutronen benötigen deshalb vier Energieniveaus, während vier Protonen und vier Neutronen auf zwei Energieniveaus untergebracht werden können, deshalb ist eine möglichst gleiche Anzahl von Protonen und Neutronen energetisch günstiger.

Bei großen Massenzahlen wird dagegen eine größere Neutronenzahl bevorzugt, um die zunehmende Coulomb-Kraft teilweise zu kompensieren (die ungeladenen Neutronen wirken als Abstandhalter zwischen den sich abstoßenden Protonen). Das Protonen-Neutronen-Verhältnis wird damit „asymmetrisch“.

- *Paarungsterm*: Eine gerade Anzahl von Protonen/Neutronen erhöht die Stabilität des Kerns; dies wird als paarweise Kopplung der Nukleonen interpretiert. Die Paarungsenergie nimmt mit zunehmender Massenzahl ab, weil der Überlapp der Wellenfunktionen der Nukleonen in großen Kernen geringer ist.

Die Bethe-Weizsäcker-Formel erklärt nicht die erhöhte Stabilität von *magischen Kernen*; erst das Schalenmodell der Kernphysik führt Protonen- und Neutronenschalen ein, die – wenn voll besetzt – die Stabilität des Kerns erhöhen.

- *Isospin*: An *Spiegelkernen* (d.h. Neutronenzahl des einen Kerns ist gleich Protonenzahl des anderen Kerns und umgekehrt) sieht man, dass die Energieniveaus ähnlich sind. Beispielsweise findet man die Energieniveaus von  $^{14}_6\text{C}$  und von  $^{14}_8\text{O}$  im isobaren Kern  $^{14}_7\text{N}$  wieder (wegen der unterschiedlichen Coulomb-Energie leicht verschoben). Andere Zustände des Stickstoff-Kerns findet man dagegen nicht in den Nachbarkernen –

es gibt also Triplets und Singulets von Zuständen. Weil das an die Kopplung von Drehimpulsen erinnert, beschreibt man diese Symmetrie zwischen Protonen und Neutronen durch einen ähnlichen Formalismus, genannt Isospin  $I$ .

Es gilt:  $I = 1/2$ , für die 3-Komponente des Isospins:  $I_3 = +1/2$  (Proton),  $I_3 = -1/2$  (Neutron)

Ein Proton und ein Neutron können sich in einem Zustand mit Gesamt-Isospin 1 oder 0 befinden. Die 3-Komponente des Isospins ist eine additive Größe:

$$I_3^{\text{Kern}} = \sum I_3^{\text{Nukleon}} = \frac{Z - N}{2}$$

Bei  ${}^6_6\text{C}$  und  ${}^8_8\text{O}$  beträgt  $I_3 = -1$  bzw.  $I_3 = +1$ , dadurch ist der niedrigste mögliche Isospin  $I = 1$ . In  ${}^7_7\text{N}$  ist  $I_3 = 0$ , daher können dort zusätzliche Zustände mit Isospin  $I = 0$  auftreten.

### 3 Stabilität der Kerne

- Man bezeichnet Kerne als *stabil*, wenn die durchschnittliche Lebensdauer sehr viel größer als das Alter des Sonnensystems ist.
- Nur wenige Kerne sind stabil; für Isobare mit deutlichem Neutronenüberschuss ist es energetisch günstig, wenn sich ein Neutron in ein Proton umwandelt, im umgekehrten Fall ist es entsprechend günstig, wenn sich ein Proton in ein Neutron umwandelt. Diese Umwandlungen heißen  $\beta$ -Zerfall (bei  $\beta^+$  zerfällt ein Proton zu einem Neutron unter Aussendung eines Positrons  $e^+$  (welches sich später mit dem dann überzähligen Hüllen-Elektron zerstrahlt) und eines Neutrinos  $\nu_e$ ; bei  $\beta^-$  zerfällt ein Neutron in ein Proton unter Aussendung eines Elektrons  $e^-$  und eines Antineutrinos  $\bar{\nu}_e$  – dieser Zerfall kann auch bei freien Neutronen auftreten, während der  $\beta^+$ -Zerfall nur im Kern passieren kann, weil das freie Neutron eine größere Masse als das freie Proton hat).
- In der Regel treten Zweikörperzerfälle auf; Vielkörperzerfälle sind deutlich seltener. Bei den Zweikörperzerfällen überwiegt der  $\alpha$ -Zerfall, d.h. einer der Tochterkerne ist ein Heliumkern. Sind beide Zerfallsprodukte etwa gleich schwer, spricht man von der *spontanen Spaltung*. Erst bei sehr schweren Kernen ( $Z \geq 110$ ) ist die Wahrscheinlichkeit einer spontanen Spaltung größer als die eines  $\alpha$ -Zerfalls.
- Weil die Zerfallswahrscheinlichkeit für die einzelnen Kerne konstant ist, jedoch nur Kerne zerfallen können, die noch nicht zerfallen sind, nimmt die Zerfallsrate (Aktivität) zeitlich exponentiell ab. Es gelten folgende Formeln:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = \frac{dN}{dt}$$

Die Aktivität ist proportional zur Anzahl der Kerne:

$$A(t) = \lambda N(t)$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Halbwertszeit:

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

- $\beta$ -Zerfall: Wenn man die Kernmassen von Isobaren mit Hilfe der Bethe-Weizsäcker-Formel als Funktion der Kernladungszahl aufzeichnet, ergibt sich eine Parabelform. Bei ungerader Massenzahl ergibt sich eine Parabel, bei gerader Massenzahl zwei vertikal versetzte Parabeln (wegen der beiden Varianten im Paarungsterm, d.h. die uu-Kerne liegen energetisch um die doppelte Paarungsenergie höher).  $\beta$ -Zerfall ist immer dann möglich, wenn man sich dabei energetisch dem Scheitel der Parabel nähert. Bei geraden Kernen kann es mehrere stabile Isobare geben, wenn jeweils die benachbarten Kerne energetisch höher liegen. Dass es sich dabei nur um lokale Minima handelt, stört nicht, weil deren Übergang durch einen doppelten  $\beta$ -Zerfall sehr unwahrscheinlich ist. Alle uu-Kerne sind instabil, weil sie stets mindestens einen stärker gebundenen gg-Kern in ihrer Nachbarschaft haben.

- *Elektroneneinfang*: Dabei wird ein Elektron aus der Hülle in den Kern eingefangen und wandelt ein Proton in ein Neutron um, wobei ein Neutrino ausgesendet wird. Dieser Vorgang passiert v.a. bei schweren Kernen, weil dort der Bahnradius der K-Elektronen sehr klein (wegen der starken Anziehungskraft durch den Kern) und die Ausdehnung des Kerns sehr groß ist. Er konkurriert mit dem  $\beta^+$ -Zerfall, aber ist energetisch günstiger, weil kein Positron erzeugt und ausgesendet wird, sondern umgekehrt ein Elektron vernichtet wird – d.h. es steht zusätzlich die doppelte Elektronen-Ruheenergie zur Verfügung (abzüglich der Anregung der Elektronenhülle). Weil das eingefangene K-Elektron durch äußere Schalen aufgefüllt wird, folgt auf den Einfang eine Kaskade von Röntgen-Photonen.
- $\alpha$ -Zerfall: Das Entweichen eines Systems mehrerer Nukleonen aus dem Kern ist mit zunehmender Anzahl von Nukleonen sehr unwahrscheinlich. Helium-Kerne sind jedoch sehr stark gebunden und können deshalb als Ganzes entweichen. Die Zerfallswahrscheinlichkeit wird dadurch gegeben, dass die Potenzialbarriere der Nukleonen-Anziehung überwunden bzw. durchtunnelt werden muss. Den Transmissionskoeffizienten kann man schreiben als:

$$T = e^{-2G}$$

mit dem *Gamow-Faktor*  $G$ ; dessen Auftreten im Exponenten erklärt die große Variation der Lebensdauern beim  $\alpha$ -Zerfall.

- *Spontane Kernspaltung*: Die Bindungsenergie pro Nukleon ist etwa bei Eisen-Kernen am größten und nimmt bei schwereren Kernen wieder ab. Daher können sich Kerne spontan spalten, wenn anschließend wieder zwei schwere Kerne vorhanden sind (was nur bei  $Z > 40$  möglich ist) – was aber bei den meisten Kernen sehr unwahrscheinlich ist. Erst ab Uran erreicht die spontane Spaltung eine vergleichbare Häufigkeit wie der  $\alpha$ -Zerfall. Abschätzen kann man die Wahrscheinlichkeit der spontanen Spaltung mit der Modellvorstellung eines Kerns, der zu einem Ellipsoid verformt wird. Dabei nimmt die Coulomb-Energie ab (weil der Abstand der Nukleonen und damit der Protonen zunimmt) und die Oberflächen-Energie nimmt zu (weil die Oberfläche vergrößert wird). Sobald durch die Verformung Energie gewonnen wird, verschwindet die Spaltbarriere – das ist der Fall für Kerne mit  $Z > 114$  und  $A > 270$ .
- *Induzierte Kernspaltung*: Bei sehr schweren Kernen (ca. Uran) kann man die Spaltbarriere überwinden durch Neutroneneinfangreaktionen, durch die der Kern in einen angeregten Zustand oberhalb der Barriere gelangt. Kernen mit gerader Neutronenanzahl sind zusätzlich durch die Paarungsenergie gebunden – darum lässt sich z.B. Uran-238 nur mit schnellen Neutronen spalten, während Plutonium-239 wesentlich leichter spaltbar ist (außerdem ist die Reaktionswahrscheinlichkeit bei schnellen Neutronen deutlich geringer als bei thermischen Neutronen). Ähnlich ist es mit Uran-236 und Uran-235.
- *Natürliche Strahlenbelastung*: Der  $\beta$ -Zerfall von  $^{40}\text{K}$  (sowohl  $\beta^+$  als auch  $\beta^-$ ) trägt mit ca. 16%, der  $\alpha$ -Zerfall von  $^{222}\text{Rn}$  mit ca. 40% zur natürlichen Strahlenbelastung des Menschen bei.
- *Elektromagnetische Zerfälle*: Niedrig angeregte Zustände von Kernen zerfallen unter Emission von elektromagnetischer Strahlung, welche sich als Überlagerung unterschiedlicher Multipolaritäten (gerechnet als Reihenentwicklung) beschreiben lässt. Elektrische Dipol-, Quadrupol-, Oktupolstrahlung etc. beschreibt man als E1, E2, E3 usw., magnetische Strahlung analog als M1, M2, M3 etc. Die erlaubten Multipolaritäten ergeben sich aus den Erhaltungssätzen für Drehimpuls und Parität – ein Photon der Multipolarität  $El$  hat den Drehimpuls  $l$  und die Parität  $(-1)^l$ , ein Photon  $Ml$  hat den selben Drehimpuls und die Parität  $(-1)^{l+1}$ . Für einen Übergang  $J_i \rightarrow J_f$  muss die Dreiecksungleichung erfüllt sein:

$$|J_i - J_f| \leq l \leq J_i + J_f$$

## 4 Allgemeine Betrachtung von Streuprozessen

- Bei einem elastischen Streuprozess sind die Teilchen vor und nach der Streuung identisch; das Target bleibt in seinem Grundzustand und übernimmt lediglich einen Impuls und kinetische Energie. Bei einem inelastischen Streuprozess ist das nicht der Fall; ein Teil der kinetischen Energie wird dazu verwendet, das Target auf einen höheren Energiezustand anzuregen, woraufhin es unter Emission eines leichteren Teilchens

(z.B. Photon oder  $\pi$ -Meson) in den Grundzustand zurückkehrt oder in zwei oder mehrere andere Teilchen zerfällt. Weist man nur das gestreute Teilchen nach, spricht man von einer *inklusive Messung*; weist man dagegen alle Reaktionsprodukte nach, von einer *exklusiven Messung*.

- Aus der Variation der Streuraten mit der Einfallenergie und dem Streuwinkel kann man auf die Geometrie des Targets schließen. Die Energie des Strahls muss bei einem kleinen Target wegen der kleineren De-Broglie-Wellenlänge  $\lambda = h/p$  größer sein als bei einem großen Target. Um Strukturen einer bestimmten Größe aufzulösen, darf die Wellenlänge des Teilchenstrahls maximal von der selben Größenordnung sein. Heisenbergsche Unschärferelation:

$$p \geq \frac{\hbar}{\Delta x}$$

- Teilchenfluss: Zahl der Teilchen, die pro Zeiteinheit und Flächeneinheit auf das Target treffen; ist gleich dem Produkt aus Teilchendichte und -geschwindigkeit.
- Geometrischer Reaktionsquerschnitt: Die Reaktionsrate (d.h. Anzahl der Reaktionen pro Zeit) ist gegeben durch das Produkt aus Teilchenfluss  $\Phi$ , Querschnittsfläche  $\sigma$  der Target-Teilchen (bzw. deren Projektion in Flugrichtung) und Anzahl der Target-Teilchen  $N$ . Die effektive Querschnittsfläche der Target-Teilchen bezeichnet man auch als den *geometrischen Reaktionsquerschnitt*:

$$\sigma_b = \frac{\dot{N}}{\Phi_a \cdot N_b}$$

- Wirkungsquerschnitt: Die Reaktionsrate hängt nicht nur vom geometrischen Durchmesser der Target-Teilchen ab, sondern ist oft auch stark energieabhängig – beispielsweise ändert sich beim Einfang thermischer Neutronen in Uran die Reaktionsrate in einem kleinen Energie-Intervall um mehrere Zehnerpotenzen. Darum definiert man den *totalen Wirkungsquerschnitt*; er ist die Summe der Wirkungsquerschnitte für elastische und für inelastische Streuungen.
- Die Dimension von Reaktions- und Wirkungsquerschnitt ist eine Fläche; sie wird oft in der Einheit *barn* angegeben, wobei  $1b = 10^{-28}m^2$  ist.
- Das Produkt aus der Anzahl der Target-Teilchen und dem Teilchenfluss heißt *Luminosität*:

$$L = \Phi_a \cdot N_b$$

- *Differentieller Wirkungsquerschnitt*: Weil man meist nur einen eingeschränkten Winkelbereich  $\Delta\Omega$  detektieren kann, definiert man den differentiellen Wirkungsquerschnitt als:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega$$

- *Fermi's Goldene Regel*: Die *Wahrscheinlichkeitsamplitude* (Übergangsmatrixelement) lautet:

$$\mathcal{M}_{fi} = \langle \psi_f | \hat{H}_{\text{int}} | \psi_i \rangle = \int \psi_f^* \hat{H}_{\text{int}} \psi_i dV$$

Die Verknüpfung zwischen diesem Übergangsmatrixelement, der Dichte der Endzustände und der Reaktionsrate erfolgt durch Fermi's Zweite Goldene Regel:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \cdot \rho(E')$$

- Feynman-Diagramme entsprechen Übergangsmatrixelementen von Prozessen in der Quantenelektro- bzw. -chromodynamik. Konventionen: Die Raumachse geht von links nach rechts, die Zeitachse geht von unten nach oben, durchgezogene Linien entsprechen Fermionen, Antiteilchen werden durch Pfeile entgegen der Zeitachse symbolisiert, Photonen durch Wellenlinien, schwere Vektorbosonen durch gestrichelte Linien und Gluonen durch Schraubenlinien. Teilchen, die weder im Anfangs- noch im Endzustand auftauchen, nennt man *virtuelle Teilchen* (aufgrund der Unschärferelation muss bei ihnen die Energie-Impuls-Beziehung  $E = p^2c^2 + m^2c^4$  nicht erfüllt sein, d.h. die Masse des Austauschteilchens darf verschieden von der Masse der freien (reellen) Teilchen sein bzw. die Energieerhaltung darf kurzfristig verletzt sein). Punkte, an denen drei oder mehr Teilchen zusammenlaufen, nennt man *Vertizes*.

## 5 Geometrische Gestalt der Kerne

- *Vierervektoren*: Bei Streuexperimenten mit Elektronen arbeitet man mit hochrelativistischen Teilchen, daher ist die Verwendung von Vierervektoren sinnvoll. Vierer-Ortsvektoren besitzen als nullte Komponente die Zeit, Vierer-Impulsvektoren die Energie:

$$x = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, \mathbf{x})$$

$$p = (p_0, p_1, p_2, p_3) = (E/c, \mathbf{p})$$

Das Skalarprodukt zweier Vierervektoren ist Lorentz-invariant; es ergibt sich zu:

$$a \cdot b = a_0 b_0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$$

Beispiel: Quadrat des Vierer-Impulses

$$p^2 = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2$$

Daraus ergibt sich die *invariante Masse*:

$$m = \sqrt{p^2}/c$$

Und die relativistische Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4$$

- Energie eines gestreuten Elektrons (unter Vernachlässigung dessen Ruhemasse):

$$E' = \frac{E}{1 + E/Mc^2 \cdot (1 - \cos \theta)}$$

mit dem *Streuwinkel*  $\theta$ , der Target-Masse  $M$  und dem Rückstoß an das Target  $E - E'$ .

- *Rutherford-Wirkungsquerschnitt* für Streuung an einer punktförmigen Ladung (d.h. der Radius des Targets ist kleiner als der minimale Abstand zwischen Projektil und Target):

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} = \frac{(zZe^2)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot (4E_{\text{kin}})^2 \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

- *Born'sche Näherung*: Wenn das Target so schwer ist, dass dessen Rückstoß vernachlässigt werden kann und wenn  $Z\alpha \ll 1$  gilt ( $\alpha$ : Feinstrukturkonstante), kann man die Born'sche Näherung verwenden, d.h. die Wellenfunktionen des ein- und auslaufendem Elektrons durch ebene Wellen beschreiben:

$$\psi_i = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}/\hbar} \quad \psi_f = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}'\mathbf{x}/\hbar}$$

Übergangsmatrixelement:

$$\langle \psi_f | \mathcal{H}_{\text{int}} | \psi_i \rangle = \frac{e}{V} \int \phi(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}/\hbar} d^3x$$

mit dem Impulsübertrag  $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ .

Definiert man  $\varrho(\mathbf{x}) = Ze f(\mathbf{x})$  mit der Ladungsverteilung  $f$ , die die Normierungsbedingung  $\int f(\mathbf{x}) d^3x = 1$  erfüllt:

$$\langle \psi_f | \mathcal{H}_{\text{int}} | \psi_i \rangle = \frac{e\hbar^2}{\epsilon_0 \cdot V |\mathbf{q}|^2} \int \varrho(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}/\hbar} d^3x = \frac{Z \cdot 4\pi\alpha\hbar^3 c}{|\mathbf{q}|^2 \cdot V} F(\mathbf{q})$$

mit dem *Formfaktor*

$$F(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}/\hbar} f(\mathbf{x}) d^3x$$

Dieser ist die Fouriertransformierte der auf die Gesamtladung normierten Ladungsfunktion  $f(\mathbf{x})$  und enthält alle Informationen über die räumliche Verteilung der Ladung im untersuchten Objekt.

Beim Rutherford-Wirkungsquerschnitt vernachlässigt man die räumliche Ausdehnung und beschreibt die Ladungsverteilung mit einer  $\delta$ -Funktion, wodurch der Formfaktor gleich 1 wird:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{4Z^2\alpha^2(\hbar c)^2 E'^2}{|\mathbf{q}c|^4}$$

Weil der Streuquerschnitt proportional zu  $1/|\mathbf{q}|^4$  ist, sinkt die Zählrate sehr stark ab, wenn man es mit großen Impulsüberträgen zu tun hat; dies erschwert die Messung sehr.

- Relativistische Rutherford-Streuformel: Der Rückstoß wird vernachlässigt, d.h. mit  $E = E'$  und  $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'|$  ergibt sich  $|\mathbf{q}| = 2 \cdot |\mathbf{p}| \sin(\theta/2)$  und damit die Streuformel:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{Z^2\alpha^2(\hbar c)^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

- Streuung in der Feldtheorie: Der Impuls  $\mathbf{q}$  wird zwischen dem Projektil und dem Target durch ein virtuelles Photon übertragen; dies hat die reduzierte De-Broglie-Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{\hbar}{|\mathbf{q}|}$$

Wenn  $\lambda$  wesentlich größer als die Ausdehnung des Targets ist, werden dessen innere Strukturen nicht aufgelöst, und es kann als punktförmig betrachtet werden.

- Bei relativistischen Energien darf man den Spin von Elektron und Target nicht vernachlässigen. Deshalb gilt für den *Mott-Wirkungsquerschnitt*:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \approx \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

(Näherung für  $\beta \rightarrow 1$ )

Die Projektion des Spins auf die Bewegungsrichtung des Elektrons ist eine Erhaltungsgröße. Man spricht von der Erhaltung der *Helizität*:

$$h = \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{s}| \cdot |\mathbf{p}|}$$

Spin  $\mathbf{s}$  in Bewegungsrichtung bedeutet  $h = +1$ , andernfalls  $h = -1$ .

- Nur bei kleinem Impulsübertrag stimmt der gemessene Wirkungsquerschnitt mit dem Mott-Wirkungsquerschnitt überein. Grund dafür ist die räumliche Ausdehnung von Kernen und Nukleonen – bei größerem Impulsübertrag wird die reduzierte Wellenlänge des virtuellen Photons kleiner, die Auflösung nimmt zu, und das gestreute Elektron sieht nicht mehr die komplette Ladung, sondern nur noch einen Teil davon. Weil die Ausdehnung eines Kerns durch den Formfaktor beschrieben wird, ist der Formfaktor experimentell das Verhältnis zwischen dem gemessenen Wirkungsquerschnitt und dem Mott-Wirkungsquerschnitt.
- Kerne sind keine Kugeln mit scharf begrenzter Oberfläche, sondern sie haben im Inneren eine mehr oder weniger konstante Ladungsdichte, die zum Rand hin langsam abfällt. Die Ladungsverteilung kann näherungsweise durch eine Fermi-Verteilung beschrieben werden:

$$\varrho(r) = \frac{\varrho(0)}{1 + e^{(r-c)/a}}$$

mit  $c = 1,07\text{fm} \cdot A^{1/3}$  und  $a = 0,54\text{fm}$ .

Sonderfälle sind sehr leichte Kerne; dort gibt es keine konstante Ladungsverteilung im Inneren, sondern die gesamte Ladungsverteilung entspricht etwa einer Gauß-Kurve.

- Erwartungswert für den Kernradius:

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = r_0 \cdot A^{1/3}$$

mit  $r_0 = 0,94 \text{ fm}$

Wenn man den Kern als homogen geladene Kugel mit Radius  $R$  beschreibt, gilt:

$$R^2 = \frac{5}{3} \langle r^2 \rangle$$

$$R = 1,21 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$$

*Hautdicke*  $t$ : Dicke der Schicht, in der die Ladungsdichte von 90% auf 10% des Maximalwerts absinkt:

$$t = 2a \cdot \ln 9 \approx 2,40 \text{ fm}$$

- Manche Kerne sind nicht kugelförmig, sondern ellipsoidisch verformt – dies findet man vor allem bei den Lanthaniden. In der Elektronenstreuung macht sich das durch einen diffuseren Rand bemerkbar.
- Inelastische Streuung: Bei der elastischen Streuung sind die Teilchen vorher und nachher identisch, es wird nur kinetische Energie übertragen. Bei inelastischer Streuung wird dagegen Arbeit am Target verrichtet – es wird nicht etwa mechanisch deformiert, sondern in einen angeregten Zustand versetzt.

## 8 Quarks, Gluonen und starke Wechselwirkung

- Die Nukleonen sind aus Quarks aufgebaut, nämlich aus dem u- und dem d-Quark. Da die Quarks einen Spin  $1/2$  tragen und die Nukleonen ebenfalls Gesamtspin  $1/2$  haben, muss ein Nukleon aus drei Quarks aufgebaut sein. Das Isospinduplett von Proton und Neutron wird darauf zurückgeführt, dass auch das u- und das d-Quark ein Isospinduplett bilden. Bei den Ladungen müssen  $+1$  und  $0$  erreicht werden; dies funktioniert, wenn man dem u-Quark eine Ladung von  $2/3e$  und dem d-Quark eine Ladung von  $-1/3e$  zuordnet (d.h. Proton = uud, Neutron = ddu). Tatsächlich beobachtet man zwar Hadronen mit zweifach positiver Ladung (= uuu), aber nur einfach negativer Ladung (= ddd).
- Die Quantenzahlen der Nukleonen werden also von drei Quarks hervorgerufen, die man als *Valenzquarks* bezeichnet. Zudem gibt es noch weitere virtuelle Quark-Antiquark-Paare, genannt *Seequarks*, deren Quantenzahlen sich herausmitteln; sie sind aber in der tiefinelastischen Streuung sichtbar.
- Insgesamt gibt es folgende Quarks: u (up), d (down), c (charm), s (strange), t (top), b (bottom). Als Valenzquarks in den Nukleonen treten nur u und d auf. Die Typen der Quarks werden als *flavours* bezeichnet.
- Man fasst die Quarks in *Familien* oder *Generationen* zusammen, nämlich u und d, c und s, t und b. Die jeweils ersten Quarks haben die Ladungszahl  $z_f = +2/3$ , die jeweils zweiten die Ladungszahl  $z_f = -1/3$ .
- Nur etwa die Hälfte des Nukleonenimpulses wird von den Quarks (Valenz- und Seequarks) getragen; der Rest geht auf das Konto von Teilchen, die weder elektromagnetisch noch schwach wechselwirken – die Gluonen. Zur Vereinfachung von Berechnungen schlägt man die Impulsbeiträge von Seequarks und Gluonen den Valenzquarks zu; dadurch muss man nur noch mit den drei Valenzquarks rechnen, die eine erhöhte Masse besitzen, jedoch die selben Quantenzahlen. Man nennt sie *Konstituentenquarks*.
- Die Ruhemassen der nackten u- und d-Quarks sind sehr gering; man spricht von den Massen der *Stromquarks*. In den Hadronen misst man jedoch eine deutlich größere Masse (ca. Faktor 60); hier spricht man von der *Konstituentenmasse*. Sie kommt durch die Beiträge der Seequarks und Gluonen zustande.
- Das d-Quark ist schwerer als das u-Quark. Weil die starke Wechselwirkung bei beiden Quarks gleich ist, aber das Neutron schwerer ist als das Proton und das geladene Proton eine höhere Coulomb-Energie als das Neutron hat, kann das erhöhte Neutronengewicht nur an einer größeren Masse des d-Quarks liegen.

- Es gibt nicht nur die Nukleonen (Proton und Neutron), sondern noch diverse weitere *Hadronen*. Man unterscheidet dabei *Baryonen* mit halbzahligen Spin (d.h. *Fermionen*) und *Mesonen* mit ganzzahligen Spin (d.h. *Bosonen*).
- Baryonen: Proton und Neutron sind die Baryonen mit der geringsten Energie; man kann sie als Grundzustand eines Anregungsspektrums betrachten – allerdings sind die Energie- bzw. Massendifferenzen zwischen den einzelnen Zuständen sehr groß (in der Größenordnung der Nukleonenmasse), daher betrachtet man die Anregungszustände der Baryonen als eigene Teilchen.  
Baryonen sind immer aus 3 Quarks zusammengesetzt; wegen des halbzahligen Spins der Quarks haben auch die Baryonen einen halbzahligen Spin. Wenn in Teilchenreaktionen zusätzliche Baryonen erzeugt werden, wird zugleich die selbe Zahl von Antibaryonen erzeugt. Den Zustand Baryon/Antibaryon beschreibt man mit der *Baryonenzahl*  $B$ , die bei allen Baryonen  $B = +1$ , bei allen Antibaryonen  $B = -1$  und bei allen sonstigen Teilchen  $B = 0$  ist. Antibaryonen bestehen aus Antiquarks; entsprechend haben Quarks die Baryonenzahl  $B = +1/3$  und Antiquarks die Baryonenzahl  $B = -1/3$ . Die Baryonenzahl ist offensichtlich eine Erhaltungsgröße, d.h. die Netto-Anzahl der Quarks (also Anzahl der Quarks minus Anzahl der Antiquarks) ist konstant.
- Mesonen sind Hadronen aus Quark-Antiquark-Paaren, darum ist es bei ihnen nur eine Frage der Konvention, ob man sie als Teilchen oder Antiteilchen bezeichnet. Die leichtesten Hadronen sind die Pionen, die den Spin 0 haben und in drei Ladungszuständen vorkommen ( $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^+$ ).
- Farbe: Um das *Pauli-Prinzip* (d.h. mehrere Teilchen in einem System müssen sich jeweils in mindestens einer Quantenzahl unterscheiden) zu gewährleisten, führt man die Eigenschaft der *Farbe* ein. Beispielsweise besteht das  $\Delta^{++}$ -Teilchen aus drei u-Quarks:  $|\Delta^{++}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle$ . Damit sich der Gesamtdrehimpuls zu  $J^P = 3/2^+$  summieren kann, müssen die Spins aller drei Quarks parallel sein. Daher ordnet man den Quarks die Farben rot, grün und blau zu; Antiquarks hätten entsprechend die Farben antirot, antigrün und antiblau.
- Die Wechselwirkung, die die Quarks zu Hadronen zusammenhält, ist die starke Wechselwirkung; die Austauschteilchen sind die Gluonen, die an die Farbladung koppeln. Analog zur Quantenelektrodynamik (QED), wo das Photon mit der elektrischen Ladung koppelt, gibt es die Quantenchromodynamik (QCD). Gluonen tragen gleichzeitig Farbe und Antifarbe. Die Farbkombinationen bilden ein Singulett  $\sqrt{1/3}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$  (welches nicht farbspezifisch ist, weil es gleichmäßig aus allen Farben und Antifarben zusammen gesetzt ist) und ein Oktett (6 Kombinationen aus jeweils einer Farbe und eine der anderen Antifarben, dazu  $\sqrt{1/2}(r\bar{r} - g\bar{g})$  und  $\sqrt{1/6}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$ ). Diese 8 farbspezifischen Gluonen vermitteln nicht nur die Wechselwirkung zwischen den farbgeladenen Teilchen, sondern auch untereinander (d.h. Gluonen können nicht nur mit zwei Quarks koppeln, sondern auch mit einem Quark und einem anderen Gluon oder mit zwei anderen Gluonen); das ist ein Unterschied zu den Photonen, die ungeladen sind und damit auch nicht untereinander koppeln können, was ihre unendlich große Reichweite erklärt.
- Hadronen können nur existieren, wenn ihre gesamte Farbladung weiß ist – d.h. wenn sie entweder aus einer Farbe und deren Antifarbe bestehen, oder aus drei Grundfarben (darum existieren auch keine freien Quarks). Für jedes Hadron gibt es mehrere Möglichkeiten der Farbkombination, allerdings ist ein Hadron immer eine Überlagerung aller dieser Zustände (z.B. ist das Proton gleichzeitig rgb, rbg, grb, gbr, brg, bgr). Hadronen wie  $|qq\rangle$  sind niemals möglich, weil aus zwei Farben oder aus zwei Farben und einer Antifarbe niemals weiß erreicht werden kann.

## 9 Teilchenerzeugung in $e^+e^-$ -Kollisionen

- Leptonen haben einen Spin 1/2, unterliegen der schwachen – aber nicht der starken Wechselwirkung – und, falls sie geladen sind, der elektromagnetischen Wechselwirkung.
- *Myonen* sind die leichtesten Teilchen, die bei Elektron-Positron-Reaktionen erzeugt werden können. Es entsteht immer ein Myon ( $\mu^-$ ) sowie ein Antimyon ( $\mu^+$ ). (Antiteilchen kennzeichnet man normalerweise

mit einem Balken über dem Buchstaben, wie z.B. bei  $\nu_e$  und  $\bar{\nu}_e$ ; bei geladenen Teilchen wird aber darauf verzichtet, weil man Teilchen und Antiteilchen bereits an ihrer Ladung unterscheiden kann.) Myonen haben eine große Masse und reagieren, im Gegensatz zu Hadronen (die auch sehr schwer sind), nicht auf die starke Wechselwirkung und erreichen dadurch sehr große Reichweiten.

- Bei höherer Energie entstehen *Tau-Leptonen*. Wegen ihrer kurzen Lebenszeit können sie nicht wie Myonen direkt gemessen werden, sondern nur indirekt über ihre Zerfallsprodukte:

$$e^+ + e^- \longrightarrow \tau^+ + \tau^-$$

$$\tau^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau \quad \text{oder} \quad \tau^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau$$

$$\tau^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau \quad \text{oder} \quad \tau^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

- *Leptonenuniversalität*: Bei hohen Schwerpunktsenergien zeigt sich, dass die Wirkungsquerschnitte von Tau-Leptonen und Myonen gleich sind. Elektron, Myon und Tau haben zwar unterschiedliche Massen, verhalten sich aber in allen Reaktionen gleich. Da man bei den Leptonen bisher keine angeregten Zustände gefunden hat und keine räumliche Ausdehnung messen konnte, geht man von punktförmigen Teilchen aus.
- *Resonanzen*: Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  ist von der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  mit  $1/s$  abhängig. Aber es treten bei bestimmten Energien Maxima auf, welche man als Resonanzen bezeichnet. Diesen kurzlebigen Zuständen kann man eine feste Masse und definierte Quantenzahlen zuordnen (z.B. Drehimpuls) und sie daher als Teilchen bezeichnen.
- Teilchen wie das Kaon ( $K^+$ ,  $K^-$ ,  $K^0$ ), die ein s-Quark enthalten, heißen *seltsame Teilchen*, denn sie werden durch die starke Wechselwirkung erzeugt, können jedoch nur durch die schwache Wechselwirkung zerfallen, wobei ihre Zerfallsprodukte Hadronen sein können, welche stark wechselwirkend sind. Dieses Verhalten beschreibt man mit der Quantenzahl  $S$ , der *Strangeness*, welche die Zahl der s-Antiquarks minus der s-Quarks angibt. Diese Zahl bleibt bei der starken und bei der elektromagnetischen Wechselwirkung konstant, kann aber bei schwacher Wechselwirkung geändert werden. Bei der Erzeugung eines Kaonenpaares wird ein s-Quark-Antiquark-Paar erzeugt und auf beide Kaonen verteilt; dort können die einzelnen s-Quarks aber nur durch schwache Wechselwirkung wieder zerfallen.
- *Zweig-Regel*: Bevorzugt werden Prozesse mit durchlaufenden Quarklinien im Feynman-Diagramm, d.h. bei denen die Quarks des Ausgangsteilchens erhalten bleiben, statt zu zerfallen und über mehrere Gluonen in andere Quarks umgewandelt zu werden.

## 10 Phänomenologie der schwachen Wechselwirkung

- Die schwache Wechselwirkung ist schwer beobachtbar, weil deren Effekte in Experimenten mit Leptonen und Hadronen von der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung überdeckt werden. Neutrinos wechselwirken zwar ausschließlich schwach, haben aber einen extrem geringen Wirkungsquerschnitt, was Beobachtungen sehr schwierig macht (Beispiel: Die Wechselwirkungslänge  $L = (n_e \cdot \sigma)^{-1}$  von Neutrinos in Eisen beträgt etwa 30 Lichtjahre – so weit muss ein Neutrino durchschnittlich durch Eisen laufen, bis es mit einem Elektron wechselwirkt). Daneben kann man die schwache Wechselwirkung jedoch im  $\beta$ -Zerfall beobachten.
- Die schwache Wechselwirkung wirkt in gleicher Weise auf Quarks und auf Leptonen.
- Das Elektron ist das leichteste Lepton. Schwerere Leptonen können in leichtere Leptonen zerfallen, beispielsweise das Myon in ein Elektron:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Da ein Myon nicht durch die Aussendung eines Photons in ein Elektron zerfallen kann, kann es kein angeregter Zustand des Elektrons sein, sondern muss ein eigenes Teilchen sein.

- Das Tau-Lepton ist viel schwerer als die anderen Leptonen und auch viele Hadronen, daher kann es nicht nur analog zum Myon in andere Leptonen zerfallen, sondern auch in Hadronen wie z.B. das Pion:

$$\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$$

- Die Erzeugung bzw. Vernichtung eines Leptons ist immer an die Erzeugung/Vernichtung eines Antileptons der selben Familie gekoppelt – es gibt also eine Erhaltung der Leptonenzahl:

$$L_l = N(l) - N(\bar{l}) + N(\nu_l) - N(\bar{\nu}_l) = \text{const}$$

Es gibt drei *Leptonfamilienzahlen*  $L_e$ ,  $L_\mu$  und  $L_\tau$ , die jeweils separat erhalten bleiben. Aus ihnen zusammen definiert man die *Leptonenzahl*:

$$L = L_e + L_\mu + L_\tau$$

- Wechselwirkungen, bei denen sich der Typ des Quarks oder Leptons ändert und gleichzeitig die Ladung um  $\pm e$  verändert wird, nennt man *geladener Strom*; sie werden von den geladenen Teilchen  $W^+$  und  $W^-$  vermittelt. Daneben gibt es noch Wechselwirkungen ohne Ladungsänderung, welche durch das elektrisch neutrale  $Z^0$ -Boson vermittelt werden; man nennt diese *neutraler Strom* (Beispiel: Streuung von Myon-Neutrinos an Elektronen  $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ ).

- *Leptonischer Prozess*: wenn das  $W$ -Boson nur an Leptonen koppelt, d.h. Reaktionen des Typs

$$l + \bar{\nu}_l \leftrightarrow l' + \bar{\nu}_{l'}$$

- *Semileptonischer Prozess*: wenn das  $W$ -Boson sowohl an Leptonen als auch Quarks koppelt; Beispiel ist der  $\beta$ -Zerfall, bei dem die Umwandlung zwischen Proton und Neutron der Umwandlung zwischen  $u$ - und  $d$ -Quark entspricht. Die beiden anderen Quarks sind daran unbeteiligt, man bezeichnet sie als *Zuschauerquarks* (*spectator quarks*).

$$q_1 + \bar{q}_2 \leftrightarrow l + \bar{\nu}_l$$

- *Nichtleptonischer Prozess*: wenn das  $W$ -Boson nur an Quarks koppelt

$$q_1 + \bar{q}_2 \leftrightarrow q_3 + \bar{q}_4$$

Nur solche Quarks können kombiniert werden, deren Gesamtladung  $\pm 1e$  beträgt.

- Die *schwache Ladung*  $g$  ist von der gleichen Größenordnung wie die elektrische Ladung  $e$ . Aber weil das Austauscheteilchen eine große Masse hat, ist der Propagator für kleine Impulsüberträge nahezu konstant – darum erscheint die schwache Wechselwirkung bei kleinen Impulsüberträgen viel schwächer als die elektromagnetische Wechselwirkung.

Die Kopplungskonstante der schwachen Ladung ist die *Fermi-Konstante*  $G_F$ , analog zur Feinstrukturkonstante der elektrischen Ladung  $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$ :

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2} \cdot \frac{g^2}{e^2} \cdot \frac{(\hbar c)^3}{M_W^2 c^4}$$

- Bei der schwachen Wechselwirkung mit geladenen Strömen können sich Leptonen nur in den Partner der gleichen Familie umwandeln (z.B.  $e^- \rightarrow \nu_e$ ). Bei Quarks ist es ähnlich; allerdings beobachtet man in geringem Maße auch Übergänge von einer Familie in eine andere. Erklärt wird das, indem einem Flavour-Eigenzustand nicht der andere Flavour-Eigenzustand aus der selben Familie zugeordnet ist, sondern eine Linearkombination von Eigenzuständen, verknüpft über einen Winkel, den *Cabibbo-Winkel*  $\theta_C$  (Konvention: gedreht werden die Vektoren der negativ geladenen Quarks, die anderen werden belassen):

$$|d'\rangle = \cos\theta_C|d\rangle + \sin\theta_C|s\rangle$$

$$|s'\rangle = \cos\theta_C|s\rangle - \sin\theta_C|d\rangle$$

Dies lässt sich auch als Matrix schreiben. Wenn man noch das top- und das bottom-Quark hinzunimmt, ergibt sich die *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix*:

$$\begin{pmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \\ |b'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{pmatrix}$$

Die Übergangswahrscheinlichkeit von einem Quark  $q_i$  in ein anderes Quark  $q_j$  ist proportional zum Quadrat des Betrags des Matrixelements  $|V_{q_i q_j}|^2$ .

- Eine Wechselwirkung, die von der Helizität abhängt, ist nicht invariant gegenüber einer Spiegelung im Raum. Der Operator einer Wechselwirkung, die durch den Austausch eines Spin-1-Teilchens beschrieben wird, kann Vektorcharakter (vgl. Impuls) oder Axialvektorcharakter (vgl. Spin) haben. Wenn eine Wechselwirkung paritätserhaltend sein soll (d.h. gleichmäßig an links- wie auch rechtshändige Teilchen koppeln soll), muss sie rein axial oder rein vektoriell sein. Wenn dagegen die Koeffizienten des Vektor- und des Axialvektoranteils gleich groß sind, hat man es mit *maximaler Paritätsverletzung* zu tun. Eine  $V + A$ -Wechselwirkung (d.h.  $c_V = c_A$ ) koppelt ausschließlich an rechtshändige Fermionen und linkshändige Antifermionen; eine  $V - A$ -Wechselwirkung (d.h.  $c_V = -c_A$ ) dagegen nur an linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen. Ersteren Fall beobachtet man beim Zerfall polarisierter Myonen; das Neutrino hat negative und das Antineutrino hat positive Helizität, man beobachtet stets linkshändige Neutrinos und rechtshändige Antineutrinos.
- Durch die festgelegte Helizität der Neutrinos ist auch die *C-Parität* (Ladungskonjugation) verletzt; der C-Paritätsoperator ersetzt Teilchen durch ihre Antiteilchen, was zu linkshändigen Antineutrinos führen würde, die nicht existieren. Möglich ist aber eine Kombination aus Raumspiegelung (P) und Ladungskonjugation; man spricht daher von der *CP-Erhaltung* der schwachen Wechselwirkung.

## 12 Das Standardmodell (Zusammenfassung der vorigen Kapitel)

- Mit dem Begriff *Standardmodell* bezeichnet man die vereinheitlichte Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung und der Quantenchromodynamik.
- Arten von Teilchen:
  - Fermionen: Teilchen mit halbzahligen Spin
  - Bosonen: Teilchen mit ganzzahligen Spin; die Austauschteilchen sind Bosonen (Vektorbosonen)
  - Hadronen: stark wechselwirkende Teilchen, unterteilt in Baryonen und Mesonen; freie Hadronen müssen immer farbneutral sein
  - Leptonen: geladene Teilchen ohne innere Struktur, halbzahliger Spin, also Fermionen, z.B. Elektron, Myon
  - Baryonen: Hadronen aus drei Quarks, daher ist der Spin halbzahlig (Fermionen); die leichtesten Baryonen sind Proton und Neutron; die angeregten Zustände werden wegen der hohen Anregungsenergien als eigene Teilchen betrachtet.
  - Mesonen: Hadronen aus Quark-Antiquark-Paaren, daher ist der Spin ganzzahlig (Bosonen), z.B. Pion
  - Nukleonen: Baryonen, die im Atomkern vorkommen: Neutron und Proton
  - Photonen: Vektorbosonen der elektromagnetischen Wechselwirkung
  - Gluonen: Vektorbosonen der starken Wechselwirkung
- Neben der Gravitation gibt es drei weitere Wechselwirkungen; in der Kernphysik spielen nur diese Wechselwirkungen eine Rolle:

- Die elektromagnetische Wechselwirkung koppelt an elektrische Ladungen und hat als Austauschteilchen das masselose Photon ( $\gamma$ ). Daher ist die Reichweite der elektromagnetischen Wechselwirkung unendlich.
  - Die starke Wechselwirkung koppelt an Farbladungen und hat als Austauschteilchen 8 masselose Gluonen ( $g$ ), welche jedoch Farbladungen tragen. Dadurch können die Gluonen auch untereinander wechselwirken, was die Reichweite der starken Kraft auf Entfernungen von ca. Nukleonenradius begrenzt.
  - Die schwache Wechselwirkung koppelt an schwache Ladungen und hat als Austauschteilchen die  $W^\pm$ - und  $Z^0$ -Bosonen, welche sehr große Massen haben
- Leptonen sind Fermionen; sie umfassen Elektronen ( $e^-$ ), Myonen ( $\mu^-$ ) und Tau-Leptonen ( $\tau$ ), welche die elektrische Ladung  $-1$  tragen, sowie die dazugehörigen Neutrinos, welche keine Ladung tragen. Die 6 Leptonen bilden 3 Familien, jeweils aus einem geladenen Fermion und dem dazugehörigen Neutrino.
  - Quarks sind ebenfalls Fermionen; sie tragen sowohl eine elektrische Ladung als auch eine Farbladung. Die 6 Quarks bilden 3 Familien: up/down, charm/strange, top/bottom. Das erste Quark einer Familie hat jeweils die Ladung  $+2/3$ , das zweite  $-1/3$ . Als Farben sind rot, grün, blau möglich. (Antiquarks haben die Farben antirot, antigrün, antiblau.)
  - Zu allen Leptonen und Quarks gibt es Antiteilchen mit gleicher Masse, aber (falls vorhanden) entgegengesetzter elektrischer Ladung, Farbladung und dritter Komponente des Isospins.
  - Erhaltungssätze:
    - Bei allen Wechselwirkungen bleiben Energie ( $E$ ), Impuls ( $\mathbf{p}$ ), Drehimpuls ( $\mathbf{L}$ ), Ladung ( $Q$ ), Farbe, Baryonenzahl ( $B$ ) und die Leptonenzahlen ( $L_e, L_\mu, L_\tau$ ) erhalten.
    - Der Betrag des Isospins ( $I$ ) bleibt bei der starken Wechselwirkung erhalten.
    - Die Paritäten  $P$  und  $C$  bleiben bei der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung erhalten, nicht aber bei der schwachen Wechselwirkung. Der geladene Strom der schwachen Wechselwirkung ist maximal paritätsverletzend (koppelt nur an linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen), der neutrale Strom ist teilweise paritätsverletzend (koppelt in unterschiedlicher Stärke links- bzw. rechtshändig).
    - Der geladene Strom der schwachen Wechselwirkung wandelt Quarks in andere Quarks und Leptonen in andere Leptonen um. Bei den beiden anderen Wechselwirkungen bleiben die dritte Komponente des Isospins ( $I_3$ ), Strangeness ( $S$ ), Charm ( $C$ ) etc. erhalten.

## 13 Quarkonia

- *Quarkonia*: schwere Quark-Antiquark-Paare ( $b\bar{b}$  und  $c\bar{c}$ ); können nichtrelativistisch behandelt werden
- Wasserstoffatom: Zur Berechnung mit der Schrödinger-Gleichung wird das Coulomb-Potenzial in den Hamilton-Operator eingesetzt; damit lassen sich die Energieniveaus berechnen. Die Eigenzustände werden durch die Zahl  $N$  der Knoten der Radialwellenfunktion und den *Bahndrehimpuls*  $l$  charakterisiert.
- Zustände mit gleichem  $n = N + l + 1$  sind *entartet*, d.h. ihre Energieniveaus sind gleich. Darum heißt  $n$  die *Hauptquantenzahl*. Die Energiezustände lauten ( $\alpha$ : elektromagnetische Kopplungskonstante;  $m = (M_p m_e)/(M_p + m_e) \approx m_e$ : reduzierte Masse des Systems):

$$E_n = -\frac{\alpha^2 m c^2}{2n^2}$$

$$E_1 = -13,6 \text{ eV}$$

- Spin-Bahn-Wechselwirkung: *Feinstruktur*; Spin-Spin-Wechselwirkung: *Hyperfeinstruktur*; diese beiden Effekte spalten die Hauptquanten-Energieniveaus in Unterniveaus auf, der Effekt ist im Vergleich zum  $1/n^2$ -Verhalten jedoch klein (Größenordnung Feinstruktur:  $\alpha^2$ ; Hyperfeinstruktur:  $\alpha^2 \cdot \mu_p/\mu_e$ ).
- Nomenklatur:  $nl_j$ , wobei  $l$  mit den Buchstaben s, p, d, f gezählt wird  
 $j$  ist die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses des Elektrons (für die Feinstruktur):  $j = l + s$  (Summe aus Bahndrehimpuls- und Spinquantenzahl)  
 $f$  ist die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses des Atoms (für die Hyperfeinstruktur):  $f = j + i$  (Summe aus Elektronen-Gesamtdrehimpulsquantenzahl und Kernspinquantenzahl)
- Die Energiezustände des *Positroniums* (Wasserstoffatom, das statt eines Protons ein Positron als Kern hat) lassen sich analog zum Wasserstoff berechnen; unterschiedlich ist lediglich die reduzierte Masse (halb so groß) und die Spin-Spin-Kopplung (da das magnetische Moment des Positrons ca. 650 mal größer als das des Protons ist). Dadurch sind die Bindungsenergien der gebundenen Zustände halb so groß, der Bohrsche Radius ist doppelt so groß (beim Wasserstoff umkreist das Elektron das Proton, beim Positronium umkreisen sich beide Teilchen gegenseitig, d.h. ihr Abstand ist gleich dem Bahndurchmesser statt dem Bahnradius), und Feinstruktur und Hyperfeinstruktur sind von der gleichen Größenordnung. Die Quantenzahlen beim Positronium lauten  $n$ , Bahndrehimpuls  $L$ , Gesamtspin  $S$  und Gesamtdrehimpuls  $L$  (bezeichnet als S, P, D, F), d.h.  $n^{2S+1}L_J$ .

## 21 Anhang: Beschleuniger und Detektoren

- Teilchenstrahlen dienen als „Energiequelle“, um angeregte Zustände oder neue Teilchen zu erzeugen, aber auch als „Sonden“, um die Struktur der Target-Teilchen zu untersuchen.
- Die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  bei einer Reaktion des Teilchens  $a$  mit dem ruhenden Target-Teilchen  $b$  lautet:

$$\sqrt{s} = \sqrt{2E_a m_b c^2 + (m_a^2 + m_b^2)c^2}$$

Der zweite Summand unter der Wurzel gibt die Summe der Ruheenergien an und kann bei Hochenergie-Experimenten vernachlässigt werden. Die Schwerpunktsenergie wächst nur mit der Wurzel der Strahlteilchen-Energie  $E_a$ .

- Elektrostatische Beschleuniger: Durch eine Hochspannung werden Teilchen in einer evakuierten Röhre beschleunigt. Verwendet man negative Ionen und entfernt nach der Beschleunigung Elektronen mit Hilfe einer Stripper-Folie, können die nun positiven Ionen beim Durchlaufen der umgekehrten Spannung nochmals beschleunigt werden. Damit werden kontinuierliche Teilchenströme mit bis zu 15MeV erreicht.
- Linearbeschleuniger: Um höhere Energien zu erreichen, muss man die Teilchen stufenweise beschleunigen. Dazu besteht der Beschleuniger aus hintereinander angeordneten Beschleunigungsröhren, die jeweils entgegengesetzt geladen sind (und wegen der zunehmenden Teilchengeschwindigkeit nach hinten immer länger werden müssen). Durch eine periodische Potenzialänderung zwischen den Röhren werden die Teilchen immer weiter beschleunigt und erreichen Energien bis ca. 50GeV (Stanford SLAC), allerdings funktioniert das nur mit Teilchenpaketen statt eines kontinuierlichen Teilchenstroms.
- Synchrotron: Hier laufen die Teilchen auf Kreisbahnen. Dabei werden die Beschleunigungsspannung und das Magnetfeld synchron verändert, so dass die Teilchen auf ihrer Bahn gehalten werden. Weil die Beschleunigung anfangs ruhender Teilchen damit technisch nicht möglich ist, wird ein anderer Beschleuniger vorgeschaltet. Wie beim Linearbeschleuniger können auch beim Synchrotron nur Teilchenpakete beschleunigt werden. Die Fokussierung des Strahls erfolgt durch Quadrupolmagnete, die jeweils abwechselnd um  $90^\circ$  gedreht angeordnet sind und somit abwechselnd beide Ebenen senkrecht zur Strahlrichtung fokussieren (die Magnete wirken dabei jeweils in die eine Richtung fokussierend, in die andere defokussierend). Weil die Teilchen ständig eine Kreisbeschleunigung erfahren, strahlen sie einen Teil ihrer Energie als Synchrotronstrahlung (= Photonen) ab. Mit Synchrotrons erreicht man bei Elektronen ca. 100GeV, bei Protonen dagegen (wegen ihrer höheren Masse und damit geringeren Geschwindigkeit  $\Rightarrow$  geringerer Energieverlust durch Synchrotronstrahlung) ca. 1TeV.

- Speicherring: Hier beschießt man kein ruhendes Target, sondern lässt Teilchen aus zwei beschleunigten Strahlen kollidieren; dabei beträgt die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s} = 2E$ , d.h. sie wächst linear zur Strahlenergie. Bei der Kollision von Teilchen mit ihren Antiteilchen reicht ein Speicherring aus, auf dem die Teilchen in entgegengesetzter Richtung laufen. Ansonsten braucht man zwei Speicherringe (meist konzentrisch nebeneinander gebaut).
- Wechselwirkung von Teilchen mit Materie: Ionisation und Bremsstrahlung (durch Abbremsen im elektrischen Feld des Kerns; nimmt linear mit der Teilchenenergie und quadratisch mit der Kernladungszahl des Kerns zu, d.h. funktioniert sehr gut bei schweren Kernen); die *Strahlungslänge*  $X_0$  ist die Wegstrecke, auf der sich die Energie des Teilchens auf  $1/e$  reduziert hat.  
Außerdem gibt es Kernreaktionen (z.B. Kernspaltung, Neutroneneinfang, elastische und inelastische Streuung, Hadronenerzeugung) und die Aussendung von Tscherenkow-Strahlung, wenn die Teilchengeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist (Mach-Kegel mit dem Öffnungswinkel  $\theta = \arccos(1/(\beta n))$ ; Brechzahl  $n =$  Verhältnis zwischen Lichtgeschwindigkeit und Vakuumlichtgeschwindigkeit;  $\beta =$  Teilchengeschwindigkeit im Verhältnis zur Vakuumlichtgeschwindigkeit), wobei der Energieverlust durch Tscherenkow-Strahlung viel geringer als die Ionisationsverluste ist.
- Wechselwirkung von Photonen mit Materie: Während Teilchen kontinuierlich mit Materie wechselwirken, geschieht das bei Photonen jeweils auf einen Schlag. Die Prozesse dazu lauten Photoeffekt (bei kleinen Energien), Compton-Effekt (bei mittleren Energien in der Größenordnung 0,1–1MeV) und Paarbildung (bei hohen Energien oberhalb  $2 \cdot 511\text{keV}$ ).
- Orts- und Impulsmessung: Verfolgung des Teilchenwegs
  - Blaskammern: lassen die Ionisationsspur durch Blasenbildung sichtbar werden
  - Proportionalkammern und Driftkammern: Netz aus Drähten, die Elektronenlawinen auffangen, so kann aus der Position im Drahraster die Teilchenposition bestimmt werden; bei der Driftkammer ist durch einen externen Detektor der Zeitpunkt des Teilchendurchgangs bekannt, so dass die Position außerdem durch den Zeitpunkt des Eintreffens der Elektronenlawine bestimmt werden kann
  - Siliziumstreifen-zähler: ein geladenes Teilchen erzeugt Elektron-Loch-Paare, die zu den dicht gerasterten Auslestreifen wandern, so dass eine recht hohe Ortsauflösung erzielt wird
- Impulsmessung: Bei geladenen Teilchen mit Hilfe von Magnetfeldern (Lorentz-Kraft).
- Energiemessung: Halbleiterdetektoren summieren die erzeugten Elektron-Loch-Paare auf, wobei durch die geringe Ionisierungsenergie eine hohe Anzahl von Ionisierungen und damit eine gute Energieauflösung möglich ist. Kalorimeter summieren die abgegebene Energie im Kalorimetermaterial auf, indem sie die erzeugte Sekundärteilchenlawine messen.
- Teilchenidentifikation: Die Ladung eines Teilchens lässt sich durch die Ablenkung im Magnetfeld bestimmen; die Masse ist schwieriger zu messen. Kurzlebige Teilchen identifiziert man durch ihre Zerfallsprodukte (Massenerhaltung), Neutrinos indirekt durch Energie- und Impulsdefizite, Elektronen und Photonen durch elektromagnetische Schauer in Kalorimetern (wobei Photonen in Ionisationsdetektoren im Gegensatz zu Elektronen keine Spuren hinterlassen), Myonen durch ihre hohe Durchdringungskraft von Materie, Neutronen durch (n,  $\alpha$ ) oder (n, p)-Kernreaktionen (gemessen werden die geladenen Reaktionsprodukte, die eine feste kinetische Energie besitzen); geladene Hadronen sind am schwierigsten zu unterscheiden.