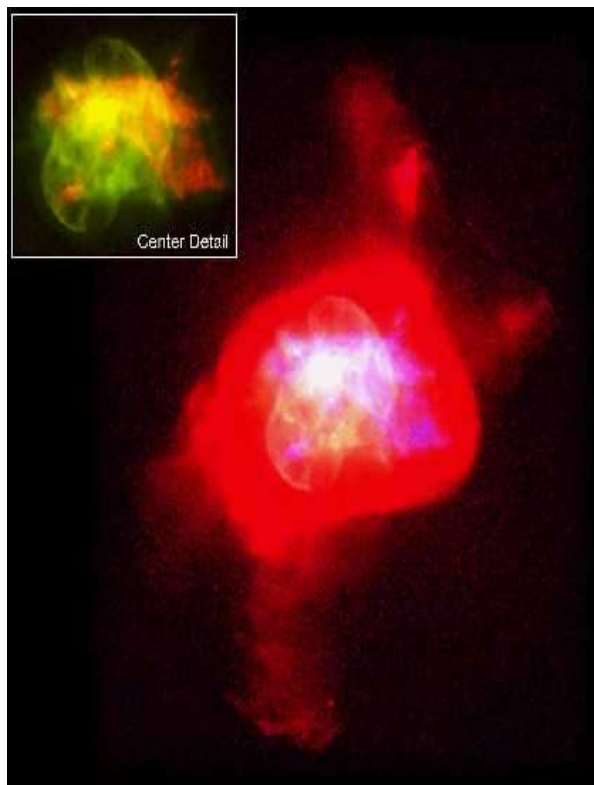


Planetarische Nebel und deren Zentralsterne

Beobachtbare Größen des Zentralsternes von NGC 6210



Astrophysikalisches Praktikum LMU München
Sommersemester 2004
Praktikanten: Jan-Timm Kuhr, Julia Linder
Betreuer: Adalbert Pauldrach

Versuchstag: 12.04. / 19.05.2004
Abgabe: 26.05.2004

Einleitung

Gasnebel sind aufgrund ihrer charakteristischen Strahlung von besonderer Bedeutung in der Astronomie, da sie detaillierte Informationen über astronomische Zustandsgrößen liefern. Aus dieser Klasse astronomischer Objekte interessieren für diesen Versuch die sogenannten Planetarischen Nebel, welche aus einem "sterbenden" Zentralstern und aus seiner abgestossenen Hülle bestehen.

Nach seiner Zeit im Hauptreihen-Stadium wurde der Zentralstern zum Roten Riesen und warf, nachdem sein zentrales He-Brennen abgeschlossen war, seine äußere Hülle ab, die dann zum eigentlichen Nebel (einer Gaswolke, bestehend überwiegend aus Wasserstoff und Helium) wurde. Daraufhin zog sich der Stern wieder zusammen und wurde dabei heißer, sodass er nun mehr hochenergetische Strahlung abgibt. Diese UV-Strahlung des Muttersternes regt den umgebenden Gasnebel zum Leuchten an. Das vom Nebel abgestrahlte Licht birgt nicht nur Informationen über die Gaswolke selber sondern auch über den Zentralstern, den sie umgibt.

Im Hertzsprung-Russell-Diagramm befinden sich die Zentralsterne im Gebiete der Subdwarf-O-Sterne, also auf dem Weg hin zum Weißen Zwerg. Planetarische Nebel zeichnen sich dadurch aus, dass sie in bestimmten Spektrallinien besonders starke Emissionslinien aufweisen. Dadurch sind sie auch in Entfernungen, in denen der Zentralstern schon nicht mehr detektierbar wäre, noch deutlich auflösbar. Warum gerade diese Spektrallinien so stark emittieren und welche Schlüsse man daraus auf die Eigenschaften des Zentralsterns ziehen kann ist Kern dieses Praktikumversuchs.

Deckblattgrafik:

Aufnahme vom Planetarischen Nebel NGC 6210 (Her):
The Turtle in Space
Quelle: <http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap981028.html>

Theorie

Die Dichte der Gaswolken von Planetarischen Nebeln ist sehr gering ($\sim 10^4 \text{ cm}^{-3}$), sodass man sich stets außerhalb des lokalen thermodynamischen Gleichgewichts befindet. Das führt dazu, dass die Atome nur durch Strahlung, nicht aber durch Stöße angeregt werden. Die Zeit, die Atome brauchen um durch diskrete Übergänge zum Grundzustand zu rekombinieren ist sehr kurz gegenüber der Zeit zwischen zwei Anregungen durch die Strahlung. Deshalb kann man annehmen, dass sich quasi alle Atome im Grundzustand befinden.

Dies führt dazu, dass das Kontinuum des Zentralsterns erst ab der Lyman-Kante für das entsprechende Element absorbiert werden kann. Photonen mit diesen, genügend hohen, Energien ionisieren dann die Nebelatome. Bei der Rekombination von Kernen und Elektronen kommt nur Kaskadierung über die diskreten Energielevels des Termschemas vor. Daher wird die aufgenommene Energie nur in bestimmten schmalen Spektrallinien emittiert. Der Nebel fungiert also als „Photonentransformator“ der UV-Quanten in bestimmte sichtbare Lichtteilchen umwandelt.

Nun nimmt man an dass der Nebel opak, also optisch dicht, für alle Photonen jenseits der Lyman-Kante ist. Das bedeutet, dass kein Licht dieser Wellenlängen den Nebel verlassen kann, sondern alle von Nebelatomen absorbiert werden. Da der Nebel aber über lange Zeiträume sein Spektrum kaum verändert muss der Anteil der Atome im Grundzustand gleich bleiben, was bedeutet, dass pro Zeiteinheit gleich viele Atome ionisiert werden wie rekombinieren.

$$(1) N_{\text{Ion}} = N_{\text{Rec}}$$

Wenden wir uns zunächst der linken Seite zu. Diese lässt sich rechnerisch durch Integration der spektralen Leuchtkraft L_ν des Zentralsterns von der Lyman-Kante ν_{Ly} bis ins Unendliche, geteilt durch die Energie eines ionisierenden Photons $h\nu$ errechnen. Für die spektrale Leuchtkraft nimmt man entweder die Planckfunktion (Schwarzkörperstrahlung) oder eine Modelatmosphäre.

$$\int_{\nu_{\text{Ly}}}^{\infty} \frac{L_\nu}{h\nu} d\nu$$

Die Rechte Seite erhält man durch Integration des Produkts der Elektronendichte n_e , der Kern- oder Protonendichte n_p und des Rekombinationskoeffizienten $\alpha_2(T)$ (ohne Rekombination zum Grundzustand: solche Photonen sind wieder ionisierend und werde daher wieder absorbiert) über das gesamte Nebelvolumen.

$$\int_V n_e n_p \alpha(T) dV$$

Man kann die Leuchtkraft des Nebels bei einer gewissen Emissionslinie (Übergang von Energielevel l nach l') $L_{ll'}$ aber auch ausdrücken Produkt der Anzahl der emittierten Photonen mal deren Energie. Die Anzahl erhält man durch Integration des Produkts der Dichte der Atome im Zustand n_l mit der Wahrscheinlichkeit des Übergangs zum Level l' , also dem Einsteinkoeffizienten $A_{ll'}$ über den ganzen Nebel. Daraus erhält man dann:

$$(2) \frac{L_{ll'}}{h\nu_{ll'}} = \int_V n_l A_{ll'} dV$$

Teil man nun (2) durch (1) und nimmt an, dass das Verhältnis eines Übergangs zur Gesamtrekombination nicht nur über den ganzen Nebel hinweg gilt, sondern auch lokal (on the spot approximation“), so erhält man

$$(3) \frac{L_{II'} / h\nu_{II'}}{\int_{\nu_{Ly}}^{\infty} \frac{L_{\nu}}{h\nu} d\nu} = \frac{n_l A_{II'}}{n_e n_p \alpha_2(T)}$$

Auf der linken Seite dieser Gleichung steht das Verhältnis der Photonen einer Emissionslinie zur Anzahl aller vom Zentralstern emittierten ionisierenden Photonen. Auf der rechten Seite haben wir den Quotienten der Übergänge zwischen zwei distinkten Levels zu Rekombination auf jedwede Art und Weise. Diese Formel lässt sich noch mit Hilfe der Beziehung $F_{II'}/F_{\lambda}^{ref} = L_{II'}/L_{\lambda}^{ref}$ umschreiben, da Flüsse leichter zu messen sind als Leuchtkräfte. Dabei kann mal die Referenzgrößen Fluss und Leuchtkraft bei $\lambda^{ref}=5480\text{\AA}$ aus der Literatur verwenden. Schließlich erhält man

$$(4) \frac{L_{\lambda}^{ref}}{\int_{\nu_{Ly}}^{\infty} \frac{L_{\nu}}{h\nu} d\nu} = h\nu_{II'} \frac{n_l A_{II'}}{n_e n_p \alpha_2(T)} \frac{F_{\lambda}^{ref}}{F_{II'}}$$

Die Besetzungszahl n_l eines Levels l erhält man mit Hilfe der Nebeltemperatur T , der Dichten von Protonen und Elektronen und der tabellierten Funktion $B(l, T^+)$ in die auch die Kernladungszahl z über $T^+=T/z^2$ eingeht.

$$(5) n_l = n_e n_p \frac{B(l, T^+)}{T^{\frac{3}{2}}}$$

Damit wird die rechte Seite zu:

$$(6) Z = h\nu_{II'} \frac{B(l, T^+) A_{II'}}{T^{\frac{3}{2}} \alpha_2(T)} \frac{F_{\lambda}^{ref}}{F_{II'}}$$

Die Einsteinkoeffizienten $A_{II'}$ sind der Literatur zu entnehmen, allerdings ist die Berechnung der Rekombinationskoeffizienten $\alpha_2(T)$ recht mühsam. Für Wasserstoff und Helium lassen sie sich jedoch gut mit folgender Formel approximieren:

$$(7) \alpha_2(T) = C z x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} \ln x + 0.469 x^{-\frac{1}{3}} - 0.3412 \right)$$

Hierbei sind $C = 5.197 \cdot 10^{-14}$; $x = 1.5789 \cdot 10^5 \cdot z^2 / T$.

In die Berechnung gehe die absoluten Flussdichten $F_{II'}$ der beobachteten Zentrallinien ein, die experimentell ermittelt werden müssen. Durch Vergleich mit der linken Seite von Gleichung (4) aus verschiedenen Modellen (Planck-Funktion, Modellatmosphäre) lässt sich die Effektivtemperatur des Zentralsterns berechnen.

In diesem Versuch werden die H_{β} Linie bei $\lambda = 4861.3\text{\AA}$ und die HeliumII-Linie bei 4686\AA verwendet. Die Strahlung der H_{β} Linie ist sehr stark und eignet sich daher gut zur Messung, allerdings lässt sich ohne weiteres nicht sagen, ob die alle Photonen die jenseits der Wasserstoff-Lyman-Kante im Nebel absorbiert werden (ob der Strömgen-Radius also innerhalb des Nebels liegt). Dies ist bei der HeliumII-Linie gewährleistet, sodass man hier eine Vergleichsgröße erhält.

Auswertung

1. Bestimmung der wahren Winkeldurchmesser

Mit den, aus der Spaltmessung des Planetarischen Nebels gewonnen, Winkeldurchmesser der einzelnen Spektrallinien lässt sich der Fluss in diesen Linien berechnen. Dazu rechnet man zunächst von Pixeln auf Bogensekunden um. Ein arcsec entspricht hier 1,82pix.

	Pixel	arcsec
$\Theta_{H\beta}^{\text{schein}}$	24,2	13,297
$\Theta_{\text{HeII}}^{\text{schein}}$	14,3	7,857
$\Theta_{H\beta}^{\text{halb}}$	16,2	8,901
$\Theta_{\text{HeII}}^{\text{halb}}$	9,0	4,945
$\Theta_{\text{See}}^{\text{halb}}$	7,2	3,956

Allerdings sind die gemessenen Spektren durch zwei Einflüsse verzerrt: Durch das Seeing der Erdatmosphäre und durch Beugung am Instrument. Letztere wurde bereits durch graphische Linearisierung der Schenkel berücksichtigt. Nimmt man an das sowohl das wahre Profil als auch das Seeing Gauss'sche Profile aufweisen, lässt sich die Verbreiterung der Linien durch das Seeing bestimmen. Da die Halbwertsbreiten zweier Gauss-Funktionen quadratisch addieren gilt hier:

$$\Delta x_{\text{gem}}^2 = \Delta x_{\text{wahr}}^2 + \Delta x_{\text{See}}^2$$

Der Faktor k mit dem man die gemessenen Winkeldurchmesser multiplizieren muss um die wahren zu erhalten ergibt sich dann zu:

$$f = \frac{\Delta x_{\text{wahr}}}{\Delta x_{\text{gem}}} = \frac{\sqrt{(\Theta_X^{\text{halb}})^2 + (\Theta_{\text{see}}^{\text{halb}})^2}}{\Theta_X^{\text{halb}}}$$

Für Wasserstoff ($X = H\beta$) erhält man $f = 0.8958$

Für Helium ($X = \text{HeII}$) erhält man $f = 0.6000$

Multipliziert man diese Faktoren mit den scheinbaren Winkeldurchmessern (Dreisatz), so erhält man die wahren Winkeldurchmesser $\Theta_{H\beta}^{\text{wahr}} = 11.911''$ und $\Theta_{\text{HeII}}^{\text{wahr}} = 4.7142''$.

2. Bestimmung des absoluten Flusses F_{HeII}

Gegeben ist der logarithmische Fluss der $H\beta$ -Linie und die Extinktion c. Damit lässt sich $F_{H\beta}$ berechnen.

$$\begin{aligned} \log F_{H\beta} &= -10.08(\pm 0.3) + c \\ c &= 0.09 \pm 0.07 \\ F_{H\beta} &= 10^{-10.08+0.09} = 1.0233 \cdot 10^{-10} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{s}} \end{aligned}$$

Der Gauss'sche Fehler ergibt sich zu:

$$\Delta F_{H\beta} = \sqrt{(e^{(-10.08+0.09)\ln 10} \ln 10)^2 \cdot (0.3^2 + 0.07^2)} = 7.26 \cdot 10^{-11}$$

Die relativen Flüsse f wurden als Äquivalentbreiten der Flächen unter den Kurven gemessen. Diese waren $f_{H\beta} = 93.2 \text{ \AA}$ und $f_{\text{HeII}} = 2.9 \text{ \AA}$.

Nun gilt $F_x = \alpha_x \cdot f_x$ und die Faktoren α_x verhalten sich wie die Quadrate der wahren Winkeldurchmesser. Teilt man nun diese Gleichung für HeII durch die für $H\beta$ und löst nach F_{HeII} auf, dann erhält man

$$F_{\text{HeII}} = F_{H\beta} \frac{f_{\text{HeII}}}{f_{H\beta}} \left(\frac{\Theta_{\text{HeII}}}{\Theta_{H\beta}} \right)^2 = 4.988 \cdot 10^{-13} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{s}}$$

3. Berechnung der Zanstraverhältnisse

Mit Hilfe von Gleichung (6) lassen sich jetzt die experimentellen Zanstraverhältnisse errechnen. Dabei sind in $\nu_{H\beta}$ und $F_{H\beta}$ l und l' die Hauptquantenzahlen der an der Emission beteiligten Atome vor bzw. nach der Emission. Bei H_{β} sind das $l=4$ und $l'=2$, bei HeII ist $l=4$ und $l'=3$. $\alpha_2(T)$ kann mit der Nebeltemperatur $T=9600K$ und der Kernladungszahlen von Wasserstoff $z=1$ und $z=2$ nach Gleichung (7) bestimmten. Der Einsteinkoeffizient $A_{H\beta}$ ist für H_{β} $8.42 \cdot 10^6$ und für HeII $1.424 \cdot 10^8$. Für die temperatur- und ladungsabhängigen Koeffizienten $B(l, T^+)$ erhält man $3,58 \cdot 10^{-15}$ und $1,44 \cdot 10^{-15}$. Nun muss man noch den Referenzfluss F^{ref} berechnen, den man für $\lambda=5480\text{\AA}$ und mit $V_0=12.9$ zu

$$F_{5480}^{ref} = 3.65 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-0.4V_0} = 2.525 \cdot 10^{-14} \frac{erg}{cm^2 s}$$

bestimmt.

Damit erhalten wir für die experimentellen Zanstraverhältnisse:

$$Z_{H\beta} = 1.234 \cdot 10^{-16}$$

$$Z_{HeII} = 2.971 \cdot 10^{-14}$$

4. Bestimmung der theoretischen Zanstraverhältnisse und Vergleich

Zunächst wenden wir uns dem Plankmodell zu. Die Plank'sche Formel für die Strahlung schwarzer Körper lautet.

$$B_{\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Um das Umrechnen der Einheiten zu vereinfachen benutzen wir $B_{\lambda} d\lambda = B_{\nu} d\nu$ um die Plankformel für Wellenlängen zu erhalten:

$$B_{\lambda} = B_{\nu} \cdot \frac{d\nu}{d\lambda} = B_{\nu} \cdot \left(-\frac{c}{\lambda^2}\right) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT_{eff}}} - 1}$$

Damit lässt sich nun B^{ref} für verschiedene Temperaturen wiederum bei der Wellenlänge 5480\AA tabellieren. Nun muss man noch den Nenner von Gleichung (4), also die Anzahl ionisierender Photonen bestimmen. Aus $\lambda_{H\beta} = 911\text{\AA}$ und $\lambda_{HeII} = 227.8\text{\AA}$ erhält man $\nu_{H\beta} = 3.291 \cdot 10^{15}$ Hz und $\nu_{HeII} = 1.31610^{16}$ Hz. Jetzt kann man von diesen Grenzen, also den Ionisationskanten, bis $\nu = \infty$ integrieren und sich damit die theoretischen Zanstraverhältnisse für eine Plankatmosphäre tabellieren.

T_{eff} in K	B_{λ} in $erg/(cm^2 s \text{\AA})$	$Z_{H\beta}^{Pla}$ in $erg/\text{\AA}$	Z_{HeII}^{Pla} in $erg/\text{\AA}$
40000	259762730.4	4,102E-16	5,132E-12
50000	348965859.4	1,784E-16	2,272E-13
55000	393916102.6	1,299E-16	7,281E-14
56000	402926207.6	1,226E-16	5,940E-14
57000	411942189.6	1,160E-16	4,880E-14
58000	420963748.4	1,098E-16	4,036E-14
59000	429990604.0	1,041E-16	3,359E-14
60000	439022495.6	9,891E-17	2,813E-14
80000	620429667.6	4,402E-17	2,016E-15

Mit der Plank'schen Strahlungsformel in Wien'scher Näherung (dafür sollte $h\nu \gg kT$ sein, was bei unserer T_{eff} fast im ganzen Integrationsbereich gut gegeben ist) erhält man durch Vergleich mit den experimentellen Zanstraverhältnissen: $T_{eff}^{H\beta} = 57000K$ und $T_{eff}^{HeII} = 59000K$.

Ebenso kann man nun mit Hilfe der Modellatmosphäre, deren astronomischen Größen in der Anleitung aufgeführt sind die Effektivtemperatur bestimmen. Da hier nur die negativen logarithmischen Zanstraverhältnisse aufgeführt sind müssen wir unsere experimentellen Verhältnisse zunächst umrechnen.

$$-\log Z_{H\beta} = 15.91$$

$$-\log Z_{HeII} = 13.53$$

Damit erhalten wir eine Auswahl der am besten passenden Werte, die hier mit Effektivtemperatur und logarithmischer Scherebeschleunigung der gerechneten Modellatmosphäre:

T _{eff} in Kelvin	log g	-log Z _{Hβ} ^{mod}	-log Z _{HeII} ^{mod}
50000	4,0	15,87	
60000	6,5	16,6	
60000	7,0	16,6	
60000	7,5	16,6	
90000	6,0		13,69
90000	6,5		13,46

Der Wert log g kann durch die hochauflösende Vermessung der photosphärischen Absorptionsflügel von Emissionslinien bestimmt werden (Die Linien werden durch den linearen Starkeffekt verbreitert). Der so gefundene Wert ist log g = 3,9.

Damit scheiden die Werte für Helium völlig aus, was auch nicht verwundert, da in der Modellrechnung der Einfluss des Sternwinds vernachlässigt wurde.

Für Wasserstoff ergibt sich zwangsläufig eine Effektivtemperatur von 50000K.

Für die weiteren Berechnungen verwenden wir die Effektivtemperatur aus der Plank-Methode für Wasserstoff T_{eff} = 57000K. Da der Wert für Helium die gleiche Größenordnung hat liegt der Strömgen-Radius von Wasserstoff wohl im Nebel. Da die Äquivalentbreite von H_β genauer zu bestimmen war verwenden wir also auch den genaueren Wert. Auch die aus der Modellatmosphäre erhaltene Temperatur ist ungenauer.

4. Bestimmung der Masse des Zentralsterns des Planetarischen Nebels

Aus Entwicklungsrechnungen sind die theoretischen Tracks von Sternen verschiedener Massen im log g – T_{eff} – Diagramm bekannt. Daraus lässt sich die Masse des Zentralsterns extrapolieren.

Für unsere Werte erhalten wir M_{ZSPN} = 0,90M_o = 1.79·10³⁰ kg

5. Bestimmung des Radius des Zentralsterns des Planetarischen Nebels

Nach der klassischen Mechanik gilt folgender Zusammenhang zwischen Masse, Radius und Schwerebeschleunigung:

$$R^2 = G \frac{M}{g}$$

Die Schwerebeschleunigung g = 10^{3,9} = 79,43m/s², G ist die Gravitationskonstante.

Damit erhält man R_{ZSPN} = 1.226·10⁹ m = 1,76R_o.

6. Bestimmung der Distanz zum Planetarischen Nebel

Über die Beziehung

$$F_{5480}^{ref} \cdot d^2 = F_{5480}^{mod} \cdot R^2$$

kann man nun auch den Abstand des Planetarischen Nebels von der Erde bestimmen. Dazu braucht man noch F₅₄₈₀^{ref}, dieser ergibt sich aus der Tabelle zu 10^(24,78-15,87) = 8,12·10¹⁰ erg/(cm²s).

Damit erhält man für den Abstand d = 2.198·10²⁰m = 7123pc

8. Bestimmung von Radius, Masse und kinematischem Alter des Nebels

Den Durchmesser des Nebels berechnet man üblicherweise aus der leuchtenden Fläche von H_{β} . Diese kann aus Abstand d und dem Winkeldurchmesser $\Theta_{H_{\beta}}$ bestimmt werden. Man erhält

$$r_{Nebel} = 4.868 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\Theta_{H_{\beta}}}{2} \cdot d = 6.347 \cdot 10^{15} m = 0.202 pc .$$

Zur Berechnung der Nebelmasse nehmen wir einen sphärisch symmetrischen Nebel mit mittlerer Dichte ρ an und gehen weiter davon aus, das nur ein Bruchteil ε des Gesamtvolumen zur Masse beiträgt.

$$M_{Neb} = V\varepsilon\rho$$

ρ lässt sich nach

$$\rho = n_e \cdot \frac{1}{1.13} (1 + 4y) m_H$$

berechnen. Hierbei ist n_e die Elektronendichte des Nebels ($=5.1 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$), m_H die Masse eines Wasserstoffatoms und $y = n_{He}/n_H = 0.1$ ist das Verhältnis von Wasserstoff zu Helium. Damit ergibt sich ρ zu $1.05 \cdot 10^{-20} \text{ g/cm}^3$.

Den „filling factor“ ε erhält man nach

$$\varepsilon = \frac{L_{H_{\beta}}}{h\nu_{H_{\beta}} n_4 A_{42} V}$$
$$L_{H_{\beta}} = 4\pi d^2 F_{H_{\beta}}$$

hierbei ist $n_4 = 1,119 \cdot 10^{-13}$ wieder aus Gleichung (5) zu bestimmen wobei angenommen wurde das $n_p = 1.13n_e$.

Damit ergibt sich $\varepsilon = 0.028$. Also ist

$$M_{Neb} = \frac{4}{3} \pi r_{Neb}^3 \varepsilon \rho = 3.176 \cdot 10^{32} g .$$

Da wir hier als Nebelradius wiederum den Strömgen-Radius für Wasserstoff genommen haben, der kleiner oder gleich dem Nebelradius ist, ist die berechnete Masse eine Abschätzung der unteren Grenze.

Schließlich lässt sich noch das kinematische Alter des Nebels bestimmen. Einen Anhaltspunkt für die Fluchtgeschwindigkeit der Nebelatome gibt die Rot- bzw. Blauverschiebung einzelner Spektrallinien. Diese Dopplerverschiebung ist ein Maß dafür wie schnell die Nebelatome sich vom Zentralstern entfernen. Aus diesen Untersuchungen erhält man eine Expansionsgeschwindigkeit $v_{exp}=21\text{km/s}$.

Nun kann man nach $t = r/v_{exp}$ das kinematische Alter des Nebels zu $3.02 \cdot 10^{11} \text{ s}$ oder etwa 9600 Jahren. Vor dieser Zeit hat also der Zentralstern als Roter Riese seine Hülle abgestoßen und befindet sich seit dem auf dem Weg hin zum Weißen Zwerg.