

Auflösungsvermögen des Spektrographen

Das Auflösungsvermögen des Spektrographen wird in unserem Fall durch die Größe des Spalts bestimmt und nicht durch Beugungseffekten an der Apparatur. Aus der Anleitung erhält man für die Auflösung A eines einzelnen Prismen

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = -\lambda \frac{f_K B}{D_S D_{DE}} \frac{\partial n}{\partial \lambda}$$

Die drei Prismen führen zur dreifachen Dispersion und verdreifachen damit auch das Auflösungsvermögen.

Damit erhält man für die Auflösung:

$$A = -3 \cdot \lambda \frac{f_K B}{D_S D_{DE}} \frac{\partial n}{\partial \lambda} = -3 \cdot \lambda \frac{f_K}{D_S} \frac{\sin \epsilon}{\cos i \cos \gamma} \frac{\partial n}{\partial \lambda}$$

Die hierfür verwendete Wellenlänge war $\lambda=589,592\text{nm}$, die Brennweite $f_K=65\text{cm}$, $D_S=20\mu\text{m}$ und die Prisma-Winkel $\epsilon=49,24^\circ$, $i=42,21^\circ$, $\gamma=24,62^\circ$ wurden für die Minimalablenkung dieser Wellenlänge gewählt. $dn/d\lambda$ wurde durch lineare Approximation aus Tabelle 1 im Anhang zu $0,85 \cdot 10^{-4}\text{nm}^{-1}$ gewonnen.

Damit ergibt sich $A \approx 5500$.

Justage der Elemente

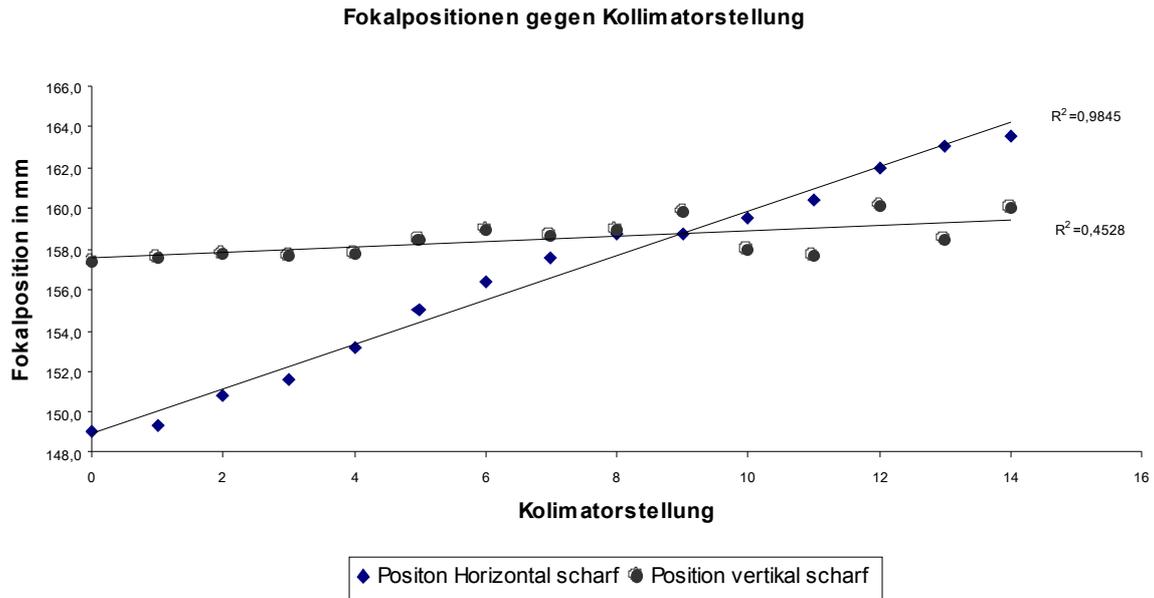
Kollimatorstellung

Unser Versuchsaufbau besteht aus Lichtquellen(Hg-Lampe, Glühbirne, Busenbrennerflamme mit Natriumverunreinigungen), die -durch eine Linse- einen Spalt ausleuchten. Dieser wird hier als Objekt durch den Spektrographen abgebildet. Der Spalt sitzt in der Brennebene der Kollimatorlinse, die das Licht also parallelisiert. Das parallele Licht wird dann durch drei Prismen dispergiert, d.h. in ein Spektrum zerlegt, wobei jeder Wellenlänge ein (oder mehrere) Winkel zugeordnet wird. Die monochromatischen Lichtbündel werden dann von der Kameralinse auf eine Mattscheibe fokussiert. Zur genaueren Beobachtung steht statt der Mattscheibe auch ein Okular zur Verfügung.

Bei der Justierung der einzelnen Elemente des Spektrographen ist die Stellung des Kollimators besonders wichtig. Das Licht muss nämlich den Kollimator möglichst parallel verlassen. Um dies zu gewährleisten macht man sich den Effekt zu Nutze, dass divergente Lichtbündel senkrecht und parallel zur Dispersionsrichtung in unterschiedlichen Ebenen fokussiert werden(Astigmatismus). Nun lassen sich für jede Kollimatorstellung entweder der Rand des Spektrums (horizontal) bzw. die Spektrallinien(vertikal) scharf stellen und die Positionen tabellieren.

Kollimatorstellung	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Horizontal scharf	149,1	149,4	150,8	151,6	153,2	155,0	156,4	157,6	158,8	158,8	159,5	160,4
Vertikal scharf	157,4	157,6	157,8	157,7	157,8	158,5	159,0	158,7	159,0	159,8	158,0	157,7
	12	13	14									
	162,0	163,1	163,6									
	160,1	158,5	160,0									

Diese Daten kann man nun in einem Diagramm darstellen. Die Funktionen der horizontalen und vertikalen Fokusposition wurden jeweils linear approximiert:



Ist der Kollimator auf 9 eingestellt, so ist also die vertikale Brennweite gleich der horizontalen und damit das den Kollimator verlassende Licht parallel. Im Diagramm sieht man, dass die Messwerte nicht sehr weit um die Fitkurven verteilt sind. Außerdem schätzten wir den Ablesefehler bzw. die Einstellungsungenauigkeit auf etwa 0,5 mm. Damit lässt sich der Fehler der Kollimatorfunktion durch dieses Verfahren auf maximal ± 1 abschätzen.

Prismen

Die Justage der Prismen sollte dazu führen, dass die dispergierende Wirkung extremal ausfällt. Dazu wurde zunächst das erste Prisma so justiert, dass die Ablenkung der beiden Hg-Linien im Gelben (576,960 nm und 579,065 nm) minimal war. Die gleiche Prozedur wurde mit dem zweiten und dritten Prisma durchgeführt. Da in die Position der Hg-Linien die Ausrichtung des zweiten und dritten Prismen mit eingingen als das erste justiert wurde und sich diese jetzt verändert haben muss es nachjustiert werden. Um einen möglichst kleinen Fehler zu machen wurden daher nacheinander die Stellungen der Prismen in vier Durchgängen iterativ optimiert.

Wir erhielten als Endstellung :

$$P_1=6,8 \quad P_2=1,7 \quad P_3=2,2$$

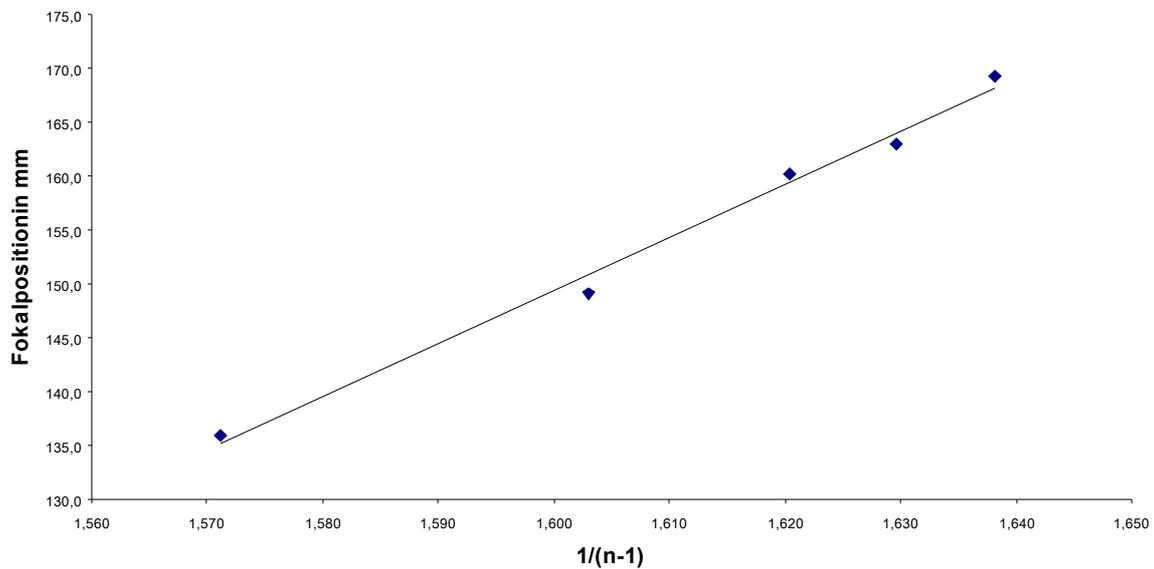
Kamerabrennweite als Funktion der Wellenlänge

Da die optische Achse auf Grund des Farbfehlers des Kameraobjektivs nicht senkrecht zur optischen Achse ist kann man nun durch Fokussieren bekannter Spektrallinien die Abhängigkeit der Brennweite f_c des

Kameraobjektivs von der Wellenlänge λ grob bestimmen. Dazu kann man den Kameraarm so schwenken, dass der Abstand(Brennweite) für alle Wellenlängen unter der gleichen Winkelposition gemessen werden kann. Folgende Tabelle zeigt die Wellenlängen, die dazugehörigen auf der Skala abgelesenen Brennweiten, und den linear approximierten Brechungsindex $n(\lambda)$ für diese Wellenlänge, sowie die Größe $(n-1)^{-1}$:

f_c	λ	$n(\lambda)$	$(n-1)^{-1}$
135,9	435,8	1,636	1,571
149,1	491,6	1,624	1,603
160,1	546,1	1,617	1,620
163,0	578,0	1,614	1,630
169,2	623,4	1,610	1,638

Damit lässt sich nun ein Diagramm für $f_c(\lambda)$ plotten, dass im hier vermessenem Bereich wiederum einem linearem Zusammenhang zeigt.



Diskussion der Linienspektren

Linienspektrum der Hg-Lampe

Hier werden verdampfte Hg-Atome zum Leuchten angeregt. Dies geschieht mittels beschleunigten Elektronen. Nach der Anregung durch ein Elektron hat jedes Hg-Atom Zeit durch diskrete Elektronen-Schalen Übergänge wieder auf ein niedrigeres Anregungslevel zu relaxieren (kein thermodynamisches Gleichgewicht). Die dabei freiwerdende Energie wird in ausgezeichneten Wellenlängen abgegeben, die dann als Spektrallinien sichtbar gemacht werden.

Glühlampe

Die Strahlung der Glühlampe wird durch den Stromfluss durch die Glühwendel erzeugt. Diese heizt sich dabei stark auf. Die Atome in der Wendel sind also stark thermisch angeregt und daher gibt es sehr viele Stöße. So

stellt sich ein thermodynamisches Gleichgewicht ein. Das Spektrum der Glühbirne kann daher gut als Schwarzkörperstrahlung nach der Plank'schen Verteilungsfunktion angesehen werden.

Natriumflamme

In eine Bunsenbrennerflamme wurde etwas Kochsalz eingebracht. Die darin enthaltenen Na-Atome werden zum Leuchten angeregt. Wieder sieht man Spektrallinien. Besonders auffällig ist die Natrium-Doppellinie bei 588,995nm bzw. 589,592nm die sich durch ihr helles gelb-orange auszeichnen. Sie entsteht durch die Spin-Bahn Wechselwirkung. Die Linienbreiten der einzelnen Linien sind deutlich breiter als bei der Quecksilberlampe. Dies könnte zwei Gründe haben. Zum einem war die Bunsenbrennerflamme deutlich näher an der ersten Sammellinse, so dass der Spalt divergenter ausgeleuchtet wird. Durch den Spalt kommt also Licht, das stärker divergiert als beim Quecksilber. Dies zeichnet sich in breiteren Linien auf dem Schirm ab.

Zum anderen wird das Natrium ja in die Flamme eingebracht und dabei natürlich auf die Flammentemperatur erhitzt. Dies drückt sich in einer Geschwindigkeitsverteilung aus. Dadurch werden die emittierten Photonen dopplerverschoben und die Spektrallinie am Schirm insgesamt breiter.

Da wir wissen welchen Wellenlängenabstand die beiden gelben Natriumlinien haben, können wir das Auflösungsvermögen abschätzen indem wir zählen wie viele Einzellinien zwischen die Doppellinie passen würden. Die beiden Spektrallinien haben einen Abstand von 0,597nm und wir schätzten, dass etwa fünf Einzellinien zwischen den beiden Linien Platz hätten. Die mittlere Wellenlänge der Doppellinie ist 589,274nm.

$$A = \frac{\lambda}{(\Delta \lambda)} = \frac{589,274}{\left(\frac{0,597}{5}\right)} \approx 5000$$

Dies stimmt ist der gleiche Wert, den wir aufgrund von theoretischen Überlegungen weiter oben erhielten.

Linienemission und Absorption

Neben der Na-Flamme haben wir nun als Lichtquelle auch die Glühlampe eingeschaltet. Das Natrium-Gas kann nun zum einem Licht der Glühlampe mit der entsprechenden Wellenlänge absorbieren, wodurch wiederum Linienübergänge angeregt werden, außerdem strahlt es natürlich weiterhin seine Emissionslinien ab. Wenn mehr Licht absorbiert wird als in die gleiche Richtung emittiert wird so erhält man dunkle Linien im Plank-Spektrum der Glühbirne. Ist das Natriumgas heiß genug, wird es in alle Richtungen mehr Energie abstrahlen als es aufnimmt und man erhält helle Emissionslinien. Welcher Fall vorliegt hängt nur von den Temperaturen der Glühwendel und der Natriumflamme ab.

Mathematisch lässt sich dieser Sachverhalt über eine inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung beschreiben mit I der Intensität, ϵ als Emissionskoeffizienten, κ als Absorptionskoeffizienten und x als der Strecke die das Licht durch die Natriumflamme propagiert ist:

$$\frac{dI_{\lambda}(x)}{dx} = (\epsilon - \kappa I_{\lambda}) dx$$

Lösen wir zunächst die homogene DGL:

$$\frac{dI_{\lambda}(x)}{dx} = -\kappa I_{\lambda} dx$$

so erhalten wir als Lösung

$$I(x) = A e^{-\kappa x}$$

Dazu addieren wir noch eine Lösung der inhomogenen DGL, z.B. $I = \epsilon/\kappa$ und erhalten

$$I(x) = \frac{\epsilon}{\kappa} + A e^{-\kappa x}.$$

Nun kann man noch die Anfangsbedingung $I_\lambda(0) = B_\lambda(T_L)$ einsetzen, die besagt, dass die Intensität des Lichts vor Eintritt in die Natriumflamme nur durch die Verteilungsfunktion und die Temperatur der Lampe gegeben ist. Nimmt man weiterhin nach dem Kirchhoffschen Strahlungsgesetz $\epsilon/\kappa = B_\lambda(T_F)$, so erhält man

$$A = B_\lambda(T_L) - B_\lambda(T_F)$$

und damit

$$I_\lambda(x) = B_\lambda(T_F) + (B_\lambda(T_L) - B_\lambda(T_F)) e^{-\kappa x} = B_\lambda(T_L) e^{-\kappa x} + B_\lambda(T_F) (1 - e^{-\kappa x})$$

Anhand dieser Formel lassen sich nun auch die beobachteten Fälle diskutieren.

Zur Vereinfachung benutzen wir nun B_F und B_L und nehmen an, dass die Eigenschaften der Flamme (ϵ , κ und $B_F(T)$) konstant bleiben. Allerdings wird sich B_L mit der Temperatur verändern

1. Fall

Man erkennt deutliche Absorptionslinien im Glühbirnenspektrum, d.h. $B_F < B_L$ was bedeutet, dass die Glühwendel heißer ist als die Flamme $T_F < T_L$.

2. Fall

Man erkennt deutliche Emissionslinien im Glühbirnenspektrum, d.h. $B_F > B_L$ was bedeutet, dass die Glühwendel kälter ist als die Flamme $T_F > T_L$.

3. Fall

Man sieht das ungestörte Glühbirnenspektrum, d.h. $B_F = B_L$ was bedeutet, dass die Glühwendel gleich heiß ist wie die Flamme $T_F = T_L$. Die Natriumatome absorbieren und emittieren in der entsprechenden Wellenlänge also gleich viel Licht.

Sternatmosphären

Sterne werden als schwarze Körper mit einer Effektivtemperatur betrachtet, die wie die Glühbirne eine Planck'sche Verteilungsfunktion aufweisen. In den Sternatmosphären befinden sich Gas bestehend aus verschiedenen Atomen und auch Molekülen, die wie die Natriumflamme Licht absorbieren bzw. emittieren können.

Bei der Beobachtung von Sternen ermittelt man zum einen durch Anpassen einer Gaußkurve ans Spektrum die Effektivtemperatur, zum anderen schließt man durch Beobachtung der auftretenden Spektrallinien auf die Materieverteilung in der Atmosphäre, die Rotationsgeschwindigkeit, die Oberflächenbeschleunigung und vieles mehr. Studien an einfachen Modellen wie dem System Glühlampe und Na-Flamme helfen also die Eigenschaften der Sterne zu ergründen.