

Physik-Praktikum:e/m

Einleitung

Die Kenntnis von Masse und Ladung der Elementarteilchen ist von sehr hoher Bedeutung für die meisten Probleme und Fragestellungen der Elektrodynamik. Die Ladung eines Elektrons, auch Elementarladung genannt, ist die kleinste Ladungsmenge, die isoliert existieren und nicht geteilt werden kann, und gleichzeitig vom Betrag her die Ladung von Protonen und anderen Elementarteilchen. Die Elektronenmasse ist ebenfalls eine Naturkonstante, und spielt, je nachdem, ob in der relativistischen Ruheenergie oder Materiewellenlänge, eine wichtige Rolle.

Das Verhältnis e/m kann man recht einfach und anschaulich im Fadenstrahlrohr bestimmen, wo Elektronen in einem Magnetfeld unter Einwirkung der Lorentzkraft sichtbare Kreisbahnen beschreiben, deren Radius von Masse und Ladung abhängen; alle anderen Parameter, wie z.B. Geschwindigkeit oder Magnetfeldstärke, lassen sich indirekt messen (mit Hilfe von Beschleunigungsspannung bzw. Spulenstrom).

Versuchsaufbau und Durchführung

Zwischen einem Helmholtzspulenpaar befindet sich ein Fadenstrahlrohr, und neben der Spule ein Spiegel mit einer Messskala. Im Fadenstrahlrohr befindet sich eine Glühkathode mit Anode und Wehnelt-Zylinder (mit regelbarer Spannung, zum Fokussieren des Elektronenstrahls), und es ist mit Wasserstoff (Druck: 1,33 Pa) gefüllt.

Man stellt einen festen Spulenstrom von 1,5 A ein, stellt die Beschleunigungsspannung (gemessen werden Messreihen mit 150 V, 180 V, 210 V, 240 V und 300 V) ein, fokussiert den Elektronenstrahl mit Hilfe des Wehnelt-Zylinders, dreht das Fadenstrahlrohr so, dass eine Kreis- statt einer Schraubenbahn zu sehen ist, und misst den Radius des Kreises. Dazu benutzt man eine Skala mit Nonius, die hinter der Versuchsanordnung steht; damit man nicht schräg abliest, steht dahinter ein Spiegel, so dass man über den Elektronenstrahl und sein Spiegelbild peilen und sie zur Deckung bringen kann. So wird für jede Spannung fünfmal der Ort des oberen und des unteren Randes des Elektronenstrahls gemessen.

Versuchsbeschreibung

Auf ein Elektron der Ladung $-e$, das sich in einem homogenen Magnetfeld B mit der Geschwindigkeit v bewegt, wirkt die Lorentzkraft $\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$, die stets senkrecht auf der Bewegungsrichtung des Elektrons steht; es ergibt sich also eine Kreisbahn:

$$e v B = m \frac{v^2}{r}$$

Daraus folgt:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B r}$$

Man kann also die spezifische Ladung eines Elektrons bestimmen, indem man es in einem homogenen statischen Magnetfeld Kreisbahnen beschreiben lässt und deren Radius r misst. Die Geschwindigkeit ergibt sich aus der Beschleunigungsspannung U_b (die thermische Energie beim Austritt aus der Glühkathode kann man vernachlässigen, sie beträgt nur wenige Prozent der kinetischen Energie). Da die Beschleunigungsspannung $U_b \leq 300 \text{ V}$ ist, ergibt sich mit $e U = 1/2 m_e v^2$, dass $v = \sqrt{2 e U / m_e} < 10 \% c$ ist, man also klassisch rechnen kann.

Es ergibt sich also:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 U_b}{B^2 r^2}$$

Die verwendeten Helmholtz-Spulen sind zwei Spulen, deren Abstand zueinander gleich ihrem Radius

sind. Dadurch ergibt sich zwischen den Spulen eine Addition ihrer Magnetfelder, die dafür sorgt, dass das Gesamtfeld dort homogen ist (kann mit dem Gesetz von Biot-Savart berechnet werden). Man könnte auch eine lang gestreckte Spule verwenden, die in ihrem Inneren ebenfalls ein homogenes Magnetfeld hat; allerdings wäre die Messung dann ungleich komplizierter, weil man sie im Inneren der Spule durchführen müsste, mit Helmholtz-Spulen kann man das Fadenstrahlrohr wesentlich besser beobachten.

Messergebnisse

$$B = \mu_0 \left(\frac{4}{5} \right)^2 \cdot N \cdot \frac{I}{R}$$

Mit $N = 130$, $R = 0,15 \Omega$, $I = (1,5 \pm 0,063) \text{ A}$ ergibt sich: $\bar{B} = (1,17 \pm 0,03) \cdot 10^{-3} \text{ T}$

	Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3	Messreihe 4	Messreihe 5
Spannung ($\pm 7,5$) [V]	150	180	210	240	300
Strom ($\pm 0,063$) [A]	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50
Radius1[cm]	3,43	3,91	4,16	4,50	4,84
Radius2[cm]	3,55	3,83	4,13	4,45	4,78
Radius3[cm]	3,54	3,79	4,14	4,50	4,70
Radius4[cm]	3,44	3,80	4,16	4,47	4,75
Radius5[cm]	3,51	3,71	4,08	4,49	4,73
Mittelwert[cm]	3,49	3,81	4,13	4,48	4,76
Standardabweichung[cm]	0,056	0,072	0,033	0,02	0,05
Messunsicherheit[cm]	0,029	0,037	0,017	0,011	0,027
$\left(\frac{e}{m} \right) = \frac{2 \bar{U}_b}{\bar{B}^2 \cdot \bar{r}^2} \left[10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \right]$	$1,80 \pm 0,13$	$1,81 \pm 0,12$	$1,80 \pm 0,11$	$1,75 \pm 0,10$	$1,93 \pm 0,11$

Berechnung der Messunsicherheit von e/m (alle Unsicherheiten für ein Vertrauensniveau von 68,26 %):

$$\frac{u_g}{\bar{g}} \sqrt{a^2 \left(\frac{u_x}{\bar{x}} \right)^2 + b^2 \left(\frac{u_y}{\bar{y}} \right)^2 + c^2 \left(\frac{u_z}{\bar{z}} \right)^2}$$

mit $\bar{g} = x^a \cdot y^b \cdot z^c$

Mittelwertaus allen fünf Messreihen:

$$\frac{e}{m} = (1,818 \pm 0,11) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Literaturwert:

$$1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Die Differenz zum Literaturwert beträgt also nur etwa 3,4 %, das liegt innerhalb der Messunsicherheit.

Fragen

1. Welche anderen experimentellen Möglichkeiten kennen Sie, um die spezifische Elektronenladung zu bestimmen?

Methode von Thomson: Elektronen werden in einem elektrischen Längsfeld beschleunigt, durchlaufen ein elektrisches Querfeld, und treffen dann auf einem Leuchtschirm auf. Aus der Ablenkung, die die Elektronen im Querfeld erfahren, kann man die spezifische Ladung berechnen.

Versuch von Tolman: In schnell rotierenden Metallteilen sorgt die Zentrifugalkraft dafür, dass die freien Elektronen nach außen beschleunigt werden, was zu einer Ladungstrennung führt. Es stellt sich ein Gleichgewicht zwischen der Ladungstrennung und dem dadurch entstandenen Gegenfeld ein:

$$m a = e E \quad \text{Löst man nach } e/m \text{ auf, kann man die spezifische Ladung berechnen.}$$

2. Wieschaut die Elektronenbahn aus, wenn \vec{v} nicht senkrecht auf \vec{B} steht? Wann können Sie diese Erscheinung im Experiment sehen?

Die Elektronenbahn sieht dann schraubenförmig aus; \vec{v} zerfällt dann nämlich in eine Komponente senkrecht zu \vec{B} , die die Lorentzkraft und damit die Kreisbahn bewirkt, und eine Komponente parallel zu \vec{B} , die keine Lorentzkraft bewirkt (diese Geschwindigkeitskomponente bleibt konstant). Die Überlagerung der Kreisbahn mit der parallelen Geschwindigkeitskomponente ergibt eine Schraubenbahn.

Im Experiment sehen kann man diesen Effekt, wenn man den Glaskolben dreht (Drehachse nicht parallel zur Spulenachse; Kolben ist in um die Längsachse drehbar). Dann treten die Elektronen nicht mehr senkrecht zum Magnetfeld aus der Glühkathode aus.

3. Warum können Sie die Elektronenbahn sehen? Welche Erklärung können Sie dafür geben? Warum steht der Wasserstoff unter solchem geringen Druck?

Die Elektronen kollidieren mit den Wasserstoff-Molekülen und regen sie an (dabei werden die Elektronen abgebremst und abgelenkt). Beim Wechsel zurück in den Grundzustand wird die Anregungsenergie in Form von Photonen wieder abgegeben, und das ist das Licht, das man sieht. Solche Stöße müssen in einer gewissen Häufigkeit vorkommen, damit man den Strahl sieht, daher darf im Glaskolben kein absolutes Vakuum sein, sondern es muss sich ein Gas darin befinden, das bei Anregung Photonen im sichtbaren Bereich aussendet (Wasserstoff: Balmer-Linien). Wäre der Druck allerdings deutlich höher, wären Kollisionen mit Gasmolekülen deutlich häufiger, die Lichtintensität wäre höher, aber es gingen auch mehr Elektronen im Strahl durch die Kollisionen „verloren“: Nur noch wenige Elektronen würden die komplette Kreisbahn schaffen, man sähe nur einen Kreisbogen.

4. Diskutieren Sie ausführlich den Einfluß des Erdmagnetfeldes! Wiemüßte man vor gehen um diesen Effekt nachzuweisen (Tip: Drehung der Grundplatte um 180°)? Welchen maximalen Effekt kann man erwarten? Können Sie diesen mit dem vorliegenden Versuchsaufbau nachweisen (Fehler)?

Das Erdmagnetfeld ist mit einer Stärke von etwa 0,030 mT nur knapp zwei Größenordnungen schwächer als das Feld der Helmholtzspulen (1,17 mT), daher müsste es einen auf jeden Fall messbaren Einfluss haben.

Die Berechnung dieses Einflusses ist aber nicht ganz einfach, weil 1. das Erdmagnetfeld nicht an allen Orten gleich ist (Grund: Unregelmäßigkeiten im Erdboden, Einfluss des Gebäudes usw.), 2. sich die Stärke des Erdmagnetfelds im Laufe der Jahre ändert, 3. die Richtung der Feldlinien ebenfalls nicht konstant ist (die magnetischen Pole wandern langsam).

Um den Einfluss des Erdmagnetfeldes nachzuweisen, müsste man die Messung mit einer um 180° gedrehten Versuchsanordnung wiederholen, damit das Erdmagnetfeld aus entgegengesetzter Richtung einwirkt, und den Mittelwert aus den Ergebnissen bilden. Die Differenz zwischen den

Messergebnissen und dem Mittelwert entspricht dem Einfluss des Erdmagnetfelds.

Den maximalen Effekt auf das Messergebnis kann man erwarten, wenn das Helmholtzspulenpaar in Nord-Süd-Richtung steht, also die Spulen und die Horizontalkomponente der Erdmagnetfeldlinien in gleiche Richtung zeigen. Dann addiert sich das Erdmagnetfeld zum Feld der Helmholtzspulen, die Messergebnisse werden verfälscht. In den Praktikumsräumen stehen die Spulen aber ungefähr in Ost-West-Richtung, d.h. nur eine sehr kleine Feldlinienkomponente verläuft in Spulenrichtung. Die Komponente senkrecht zu den Spulen und zu den Elektronen bewirkt dagegen lediglich eine Schraubenbahn der Elektronen, die man durch Drehendes Kolbenseinfach kompensieren kann.

Das Erdmagnetfeld beträgt ca. 2,6 % des Felds der Helmholtzspulen. Weil in der Formel das Magnetfeld quadratisch eingeht (s.o.), wird die spezifische Elektronenladung um bis zu 6,6 % verfälscht – das ist etwas mehr, als die Messunsicherheit unserer Messung, und deshalb eigentlich nicht zu vernachlässigen. Allerdings tritt diese maximale Abweichung nur auf, wenn die Spulen in Richtung der Erdmagnetfeldlinien stehen (s.o.).