

Ausarbeitung zum Fortgeschrittenenpraktikum

Versuch 36

EXTRATERRESTRISCHE MIKROWELLEN

von

Gruppe 14

Gerd Kellner, # 210 235 3
Michael Scholz, # 224 308 7
Maximilian Stahlhofen, # 224 589 6

Einleitung

Neben der klassischen Himmelsbeobachtung mit optischen Instrumenten hat in den letzten Jahrzehnten die Radioastronomie stark an Bedeutung gewonnen. Mit der Hilfe von Radioteleskopen konnten neue Einsichten in unser Universum gewonnen werden, als Beispiel sei nur die Entdeckung der kosmischen Hintergrundstrahlung genannt.

Im Rahmen dieses Praktikums haben wir grundlegende Prinzipien der Radioastronomie erlernt, sowie den dafür benötigten Hintergrund an Elektronik und Hochfrequenztechnik vermittelt bekommen.

Versuchsdurchführung und Aufgaben

Aufgabe 1: Azimut und Höhe des Meteosat-Satelliten

Bereits vor dem Versuch sollten wir Azimut und Höhe des Meteosat-Satelliten berechnen. Dazu berechneten wir erst einmal die Höhe des Satelliten (bzw. dessen Abstand vom Erdmittelpunkt). Für jeden Satelliten gilt das Gleichgewicht zwischen Gravitations- und Zentrifugalkraft:

$$F_G = F_Z$$
$$\frac{G m_{Erde} m_{Sat}}{r^2} = \frac{m_{Sat} v_{Sat}^2}{r}$$

Für geostationäre Satelliten - wie eben Meteosat - gilt zudem, dass seine Kreisfrequenz genau der der Erde entspricht:

$$\omega_{Sat} = \frac{v_{Sat}}{r} = \omega_{Erde} = \frac{2\pi}{23,93 \cdot 3600 \text{ s}} = 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Damit folgt:

$$G m_{Erde} = r v_{sat}^2 \frac{r^2}{r^2}$$
$$G m_{Erde} = r^3 \frac{\omega_{sat}^2}{r}$$

Löst man dies nach dem Abstand des Satelliten vom Erdmittelpunkt r auf, und setzt folgende Konstanten ein $G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$; $m_{Erde} = 5,977 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, so folgt für r

$$r = \left(\frac{G m_{Erde}}{\omega_{Sat}^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 4,217 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Hiervon muss man nun noch den Erdradius abziehen, um den Abstand des Satelliten von der Erdoberfläche zu ermitteln:

$$r_{Erde} = 6,378163 \cdot 10^6 \text{ m (am Äquator)}$$

$$h_{Sat} = r - r_{Erde} = 3,5792 \cdot 10^6 \text{ m} = 35\,792 \text{ km}$$

Unser Beobachtungsort Garching liegt bei $11,6^\circ$ östlicher Länge, und $48,2^\circ$ nördlicher Breite. Der Winkel zwischen Nordpol und Garching bezüglich des Erdmittelpunkts beträgt

$$= 90^\circ - 48,2^\circ = 41,8^\circ$$

Der Winkel zwischen Nordpol und dem Satellitennächsten Punkt auf der Erde bei 0° Länge und 0° Breite beträgt logischerweise genau $= 90^\circ$

Sieht man die Erde in einem sphärischen Koordinatensystem um ihren Mittelpunkt, so liegt Garching auf der Spitze des Vektors

$$G = r_{Erde} \begin{pmatrix} \sin(90^\circ - 48,2^\circ) \cos(11,6^\circ) \\ \sin(90^\circ - 48,2^\circ) \sin(11,6^\circ) \\ \cos(90^\circ - 48,2^\circ) \end{pmatrix} = r_{Erde} \begin{pmatrix} 0,6529 \\ 0,1340 \\ 0,7455 \end{pmatrix}$$

Der Normalenvektor der Garching Horizontebene ist

$$n_H = \frac{G}{|G|} = \begin{pmatrix} 0,6529 \\ 0,1340 \\ 0,7455 \end{pmatrix}$$

Die Himmelsmeridianebene (HM-Ebene) steht parallel zur Erd-(Nord-Süd)-Achse und damit auch zur z-Achse in unserem Koordinatensystem. Folglich gilt für den Normalenvektor der HM-Ebene:

$$n_{HME} = \frac{e_z \times n_H}{|e_z \times n_H|} = 1,500 \begin{pmatrix} 0,1340 \\ 0,6529 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Der Großkreis, der durch Zenit und Satellit geht (von Garching aus gesehen) liegt in einer Ebene die den Verbindungsvektor von Garching und Satellit enthält, und senkrecht auf der Horizontebene steht. Wir nennen sie im folgenden ZS-Ebene, und für ihren Normalenvektor gilt:

$$n_{ZS} = \frac{S \times n_H}{|S \times n_H|} = 1,320 \begin{pmatrix} 0 \\ 0,7455 \\ 0,1340 \end{pmatrix}$$

Nun ist der Azimut A der Winkel zwischen der ZS-Ebene und der HM-Ebene:

$$\cos A = \frac{n_{ZS} \cdot n_{HME}}{|n_{ZS}| |n_{HME}|} = 0,9639$$

$$A = 15,4^\circ$$

Die Höhe H ist der Winkel zwischen der HM-Ebene und dem Verbindungsvektor von Garching und Satellit:

$$\cos(90^\circ - H) = \frac{n_H \cdot (S - G)}{|n_H| |S - G|} = 0,5525$$

$$H = 90^\circ - \arccos(0,5525) = 33,5^\circ$$

Aufgabe 2: Höhe und Zeitpunkt des Sonnendurchgangs

Um den Zeitpunkt und die Höhe des Sonnendurchgangs am 30. November 2001 zu ermitteln, lesen wir erst einmal Rektaszension und Deklination aus der Tabelle im Anhang der Anleitung ab:

$$= RA = 16 \text{ h } 24 \text{ m} \quad ; \quad = 21,6^\circ$$

Der Azimut der Praktikumsantenne bei dem wir den Sonnendurchgang beobachten, soll der des Satelliten Meteosat sein:

$$A = 15,4^\circ$$

Die Zenitdistanz z unter der man die Sonne bei diesem Azimut sehen kann berechnet sich mit Hilfe der entsprechenden Formel für die Umrechnung zwischen Horizontal- und Äquatorialsystem aus der Anleitung:

$$\sin^2 \delta = \sin^2 \phi \cos^2 z \cos^2 A + \sin^2 \delta \cos^2 z \cos^2 A + \sin^2 z \cos^2 A - \sin^2 \delta \sin^2 z \cos^2 A$$

,wobei $\phi = b = 48,2^\circ$ die Polhöhe bzw. die geographische Breite von Garching ist. Setzt man nun unsere Werte ein, so erhält man als Lösungen der Gleichung:

$$z_1 = 71,2^\circ \quad ; \quad z_2 = 27,3^\circ \quad ;$$

Da die Zenitdistanz z positiv definiert ist, ist für uns allerdings nur die erste Lösung von Belang. Die gesuchte Höhe des Sonnendurchgangs ist also:

$$\underline{h = 90^\circ - z_1 = 18,8^\circ}$$

Der Stundenwinkel t der Sonne am Praktikumstag ergibt sich aus einer weiteren Umrechnungsformel:

$$\cos \sin t = \sin z \sin A$$

Wir lösen nach t auf, setzen ein und erhalten:

$$t = 15,7^\circ = 1 \text{ h } 03 \text{ m}$$

Die Sternzeit des Sonnendurchgangs ist also:

$$= t = 16 \text{ h } 24 \text{ m } - 1 \text{ h } 03 \text{ m} = 17 \text{ h } 27 \text{ m}$$

Am 30.10.2001 entspricht in Garching (Längengrad $11,6^\circ$) der Ortszeit 20.00 Uhr MEZ in etwa die Sternzeit 0.25 Uhr. Vernachlässigt man man den Unterschied zwischen Sternzeit und bürgerlicher (Orts-)Zeit im Verlauf eines Tages, so ist die zu korrespondierende Ortszeit T des Sonnendurchgangs folglich:

$$\underline{T = (20 \text{ h } 00 \text{ m } - 0 \text{ h } 25 \text{ m}) + 24 \text{ h } 00 \text{ m} = 13 \text{ h } 02 \text{ m } = 13.00 \text{ Uhr}}$$

Aufgabe 3: Spannungsmessung am Ausgang der Antenne

In diesem Teil des Versuchs sollten wir die am Ausgang der Antenne anliegende Spannung beim Empfang von Meteosat messen, und damit auf die ausgestrahlte Leistung des Satelliten zurückrechnen. Die Spannung wurde auf einem Messgerät dargestellt, welches für unsere Zwecke erst noch geeicht werden musste. Dies geschah, indem wir mit einem Generator ein Referenzsignal erzeugten und dies über eine (zum Teil) verstellbare Dämpfung laufen ließen, bevor wir es auf dem Messgerät anzeigen ließen. Die Leistung dieses Referenzsignals stellten wir zu 12,9 dBm ein, oder umgerechnet:

$$12,9 \text{ dBm} = 10 \log \frac{P_2}{1 \text{ mW}}$$

$$\frac{12,9}{10} = \log \frac{P_2}{1 \text{ mW}}$$

$$10^{1,29} = \frac{P_2}{1 \text{ mW}}$$

$$P_2 = 10^{1,29} \text{ mW} = \mathbf{19,5 \text{ mW}}$$

bzw. die entsprechende Spannung (mit Beachtung des Wellenwiderstand des Kabels von 50Ω):

$$P = U I = \frac{U^2}{R} \quad U = \sqrt{P R} = \sqrt{19,5 \text{ mW } 50 \Omega} = 0,99 \text{ mV} \approx 1 \text{ V}$$

Unser Referenzsignal hat also eine Spannung von 1 V. Wir verstellten nun den variablen Teil der Dämpfung dermaßen, dass der Ausschlag am Messgerät mit einer Markierung zur Deckung kam. Die gesamte Dämpfung setzte sich dann aus folgenden Werten zusammen:

$$D_{\text{Gen}} = \text{variable Dämpfung} + \text{feste Dämpfung} + [\text{Kabel?}] = 41,8 \text{ dB} + 48,2 \text{ dB} + 0,5 \text{ dB} = \mathbf{90,5 \text{ dB}}$$

Wissen wir also, dass der Generator ein Signal mit 1 V erzeugt hat, so muss das Messgerät eine Spannung gemessen haben, gemäß:

$$D_{Gen} = 20 \log \frac{U_{Gen}}{U_{aus}} \quad 90,5 \text{ dB} = 20 \log \frac{1 \text{ V}}{U_{aus}} \quad U_{aus} = 10^{\frac{D_{Gen}}{20}} 1 \text{ V} = 29,85 \mu \text{ V}$$

Nun haben wir den Eingang des Messgerätes auf das Signal von der Antenne umgeschaltet. Wir brachten - wieder mittels einer variablen Dämpfung - den Ausschlag des Messgerätes mit dem von vorhin zur Deckung. D.h. Das Messgerät hat die selbe Spannung wie vorhin gemessen. Die Dämpfung war diesmal aber natürlich eine andere, und mit deren Kenntnis kann die Antennenspannung berechnet werden:

$$D_{Ant} = (1,3 \quad 3,1 \quad 3,8 \quad 0,3) \text{ dB} \quad 40,7 \text{ dB} = 32,2 \text{ dB}$$

$$D_{Ant} = 20 \log \frac{U_{aus}}{U_{Ant}} \quad 32,2 \text{ dB} = 20 \log \frac{29,85 \mu \text{ V}}{U_{Ant}} \quad U_{Ant} = 0,73 \mu \text{ V}$$

Die Ausgangsspannung der Antenne betrug also $U_{Ant} = 0,73 \mu \text{ V}$.

Hieraus kann man noch die entsprechende Leistung des Satelliten berechnen. Es gilt

$$P = U I = \frac{U^2}{R} = \frac{(0,73 \mu \text{ V})^2}{50} = 10,66 \cdot 10^{-15} \text{ W}$$

Dies ist aber nur die von der Antenne registrierte Leistung. Tatsächlich bestrahlt Meteosat aber nicht nur unsere Antenne, sondern eine Fläche, die man man näherungsweise als ein Quadrat mit Kantenlänge des Erddurchmessers annehmen kann. Rechnen wir mit einem Erddurchmesser von $d'_{Erde} = 12800$ (tatsächlich ist er etwas kleiner, nämlich $d_{Erde} = 12756 \text{ km}$ am Äquator, jedoch strahlt Meteosat sicher ein wenig über die "Erdscheibe" hinaus), ergibt das eine Fläche von:

$$A_{best} = (d'_{Erde})^2 = 1,64 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

Der Parabolspiegel der Versuchantenne hat aber nur einen Durchmesser von $d_{Ant} = 1,75 \text{ m}$, also eine Fläche von

$$A_{Ant} = \left(1,75 \frac{\text{m}}{2}\right)^2 = 2,41 \text{ m}^2 \text{ ,}$$

und selbst diese war nur zu 55% ausgeleuchtet! Wir erhalten somit eine effektive Fläche:

$$A_{eff} = A_{Ant} \cdot 0,55 = 1,32 \text{ m}^2$$

Damit folgt für die Leistung des Satelliten:

$$P_{Meteosat} = P \frac{A_{best}}{A_{eff}} = 1,32 \text{ W} \text{ .}$$

Aufgabe 4: Antennentemperatur und Fluss der Sonne

Nun sollten wir die sogenannte "Antennenapparatur", also die Temperatur, die die Antenne "sieht", beim Durchgang der Sonne messen, und daraus den Fluss der Sonne bestimmen. Hierfür stellten wir die Antenne auf die in Aufgabe 2 berechnete Höhe von 19° und Azimut $15,4^\circ$, und ließen die Sonne durchlaufen. Das Ergebnis wurde mit einem Schreiber aufgezeichnet, und kann im Anhang betrachtet werden. Natürlich musste auch der Schreiber geeicht werden. Dies gestaltete sich folgendermaßen:

Zuerst haben wir das Rauschen der gesamten Anlage bestimmt. Wir wussten bereits, dass der Verstärker ein Eigenrauschen äquivalent zu 94 K besitzt. Daraus kann man die Rauschzahl F des Verstärkers entweder einer Tabelle im Anhang der Versuchsanleitung entnehmen, oder nach folgender Formel berechnen:

$$F(\text{dB}) = 10 \log \frac{290 \text{ K} \cdot T_E}{290 \text{ K}} = 1,22 \text{ dB}$$

Die Verluste in Antenne und Apparatur müssen mit 0,5 dB dazu addiert werden. Für das gesamte

Eigenrauschen der Anlage folgt somit:

$$D = 1,22 \text{ dB} \quad 0,5 \text{ dB} = 1,72 \text{ dB}$$

Rechnet man dies mittels obiger Formel (bzw. Tabelle) wieder in eine Temperatur um, so erhält man:

$$1,72 \text{ dB} = 10 \log \frac{290 \text{ K} \cdot T_R}{290 \text{ K}} \quad T_R = 141 \text{ K}$$

Und mit dieser Rausch-Temperatur $T_R = 141 \text{ K}$ rechnen wir im folgenden weiter.

Als nächstes mussten wir die Temperatur des kalten Himmels bestimmen (siehe dazu auch folgende Aufgabe). Wie aus dem Schreiberpapier ersichtlich ist, haben wir bei 19° 2 dB Ausschlag gemessen, bzw. 1,7 dB Differenz zum Boden. Der Himmel hat damit in dieser Höhe eine Temperatur von

$$1,7 \text{ dB} = 10 \log \left(\frac{T_R \cdot T_B}{T_R \cdot T_{KH}} \right) \quad T_{KH} = \frac{423 \text{ K}}{10^{0,17}} \quad 141 \text{ K} = 145 \text{ K}$$

Der Schreiber notierte beim Sonnendurchgang ein Maximum von 3,5 dB bezüglich des kalten Himmels an dieser Stelle. Somit kann man schließlich die Temperatur der Sonne berechnen:

$$3,5 \text{ dB} = 10 \log \frac{T_R \cdot T_{KH} \cdot T_A}{T_R \cdot T_{KH}} = 10 \log \frac{141 \text{ K} \cdot 145 \text{ K} \cdot T_A}{141 \text{ K} \cdot 145 \text{ K}}$$

$$T_A = 10^{0,35} \cdot 286 \text{ K} \quad 286 \text{ K} = 354 \text{ K}$$

Für den Fluß der Sonne errechnen wir folgendes:

$$S = \frac{2 \cdot k \cdot T_A}{A_{\text{eff}}} = 7,4 \cdot 10^{21} \frac{\text{J}}{\text{m}^2} = 7,4 \cdot 10^5 \text{ Jy}$$

Der Faktor 2 trägt der Tatsache Rechnung, dass wir nur eine Polarisation gemessen haben. In Abbildung 4 der Praktikumsanleitung haben wir den errechneten Fluss eingetragen, und festgestellt, dass wir zum Zeitpunkt einer "Quiet Sun", einer ruhigen Sonne gemessen haben.

Aufgabe 5: Antennentemperatur des kalten Himmels

In dieser Aufgabe sollten wir die Temperatur des kalten Himmels in Abhängigkeit der Höhe bestimmen. Dazu haben wir den Ausschlag des Schreibers gemessen wenn die Antenne auf eine bestimmte Höhe eingestellt wurde, und diesen verglichen mit dem Ausschlag bei auf den Boden gerichteter Antenne. In einer nachträglichen Eichung haben wir den Wert bei 50° auf 0 dB genormt. Alle anderen Werte können in Bezug dazu abgelesen werden, zum Vergleich mit dem Boden muss die Differenz zum Wert am Boden ausgerechnet werden. Die Bodentemperatur haben wir mit einem Thermometer gemessen, sie betrug 9° C , also 282 K. Wie wir bereits berechnet haben, hat unsere Anlage eine Rauschtemperatur von 141 K. Mit folgender Formel kann man nun die der Höhe entsprechenden Temperaturen ermitteln:

$$dB = 10 \log \left(\frac{T_R \cdot T_B}{T_R \cdot T_{KH}} \right)$$

Die Differenz zwischen Boden und 50° zum Beispiel ist 3,8 dB. Dann folgt:

$$3,8 \text{ dB} = 10 \log \left(\frac{141 \text{ K} \cdot 282 \text{ K}}{141 \text{ K} \cdot T_{KH}} \right)$$

$$10^{0,38} = \frac{423 \text{ K}}{141 \text{ K} \cdot T_{KH}}$$

$$T_{KH} = \frac{423 \text{ K}}{10^{0,38} \cdot 141 \text{ K}} = 35 \text{ K}$$

Analog errechnen sich die Werte für andere Höhen. Wir haben sie in folgender Tabelle zusammengefasst:

<i>Höhe</i>	<i>Messung</i>	<i>Differenz zu Boden</i>	<i>Temperatur</i>
50°	0 dB	3,8 dB	35 K
40°	0,1 dB	3,7 dB	39 K
30°	0,3 dB	3,5 dB	48 K
20°	1,7 dB	2,1 dB	120 K
10°	3,1 dB	0,7 dB	219 K
0°	3,5 dB	0,3 dB	254 K
Boden	3,8 dB	0 dB	282 K

Aufgabe 6: Fluss der Milchstraße

Der Fluss der Milchstrasse wird analog zur Aufgabe 4 berechnet.

Gegeben war, dass eine Spannungssteigerung von 450 mV einer Verstärkung um 1 dB entspricht.

Damit ergibt sich für die Ruhespannung $U_0 = 3688 \text{ eV}$.

$$1 \text{ dB} = 20 \log \frac{U_0 \cdot 450 \text{ mV}}{U_0}; \quad U_0 = 3688 \text{ mV}$$

Bei einer gemessenen Spannungssteigerung von 200 mV errechnet sich eine Verstärkung von 0.458 dB

$$20 \log \frac{3688 \text{ mV} \cdot 200 \text{ mV}}{3688 \text{ mV}} = 0.458 \text{ dB}$$

was einer Temperatur von 3.12 K entspricht.

$$0.458 \text{ dB} = 10 \log \frac{141 \text{ K} \cdot 50 \text{ K} \cdot T_A}{141 \text{ K} \cdot 50 \text{ K}}; \quad T_A = 21.2 \text{ K}$$

Damit ergibt sich für den Fluss der Milchstrasse $S = 6537 \cdot 10^{-26} \text{ Ws/m}^2$.

$$S = 2 \frac{k_B T_A}{A_{\text{eff}}} = 44348 \cdot 10^{-26} \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2}$$

Aufgabe 7: Öffnungswinkel des Teleskops

Aus der Kurve des Sonnendurchgangs lässt sich der Öffnungswinkel des Teleskops bestimmen. Dafür berechnen wir zuerst die Dämpfung bei halber Sonnenleistung.

$$1.8 \text{ dB} = 10 \log \frac{191 \text{ K} \cdot 145 \text{ K} \cdot 177 \text{ K}}{191 \text{ K} \cdot 145 \text{ K}}$$

Die Halbwertsbreite des Peaks beträgt 28 Minuten. Damit errechnet sich für den Öffnungswinkel des Teleskops

$$= \frac{28}{24 \cdot 60} 360^\circ = 7.0^\circ$$

Die Keulenbreite $2 P_{1/2}$ ergibt sich nach folgender Formel zu 5.9° .

$$2 P_{1/2} = 59 \frac{\text{m}}{d} (^\circ) = 59 \frac{0.176 \text{ m}}{1.75 \text{ m}} (^\circ) = 5.9^\circ$$

Die Keulenbreite entspricht der Maximalen Auflösung des Teleskopes. Da die Sonne aber eine endliche Breite hat ist die Halbwertsbreite leicht größer. Damit können wir für die Winkelbreite der Sonne schliessen, dass sie in etwa 0.55° im Raum einnimmt.

$$\text{Sonne} \quad \frac{2 P_{1/2}}{2} = 0.55^\circ$$

Aufgabe 8: Strahlungstemperatur der Sonne

Um die Strahlungstemperatur zu errechnen muss man berücksichtigen, dass die Sonne lediglich 0.675° im Öffnungswinkel des Teleskops einnimmt. Damit ergibt sich für die errechnete Strahlung und Strahlungstemperatur:

$$S_{ges} = \frac{7.0^\circ^2}{0.5^\circ^2} S = 196 \cdot 7.4 \cdot 10^5 \text{ Jy} = 145 \cdot 10^8 \text{ Jy}$$
$$T_s = 210 \text{ K} \quad T_A = 196 \cdot 354 \text{ K} = 69384 \text{ K}$$

Damit liegt die Temperatur weit über den erwarteten 6000 K. Dies liegt an der Schwarzkörperstrahlung der Sonne sowie der Maserstrahlung, der 21 cm Wasserstofflinie (H-Spin-Umkehr) und der Bremsstrahlung die alle in diesem Wellenlängenbereich tätig sind.