TU München
Zentrum Mathematik
Prof. Dr. K. Buchner
Dr. P. Giesl

Sommersemester 2001

Abgabe am 30. Mai 2001
zu Beginn der Übung

Mathematik für Physiker 4

— Übungsblatt 5 —

Alle Aufgaben zählen 4 Punkte.

5.1: Betrachten Sie das Randwertproblem

$$\begin{cases} y'' &= r(x) \\ y(0) + y(l) &= 0 \\ y'(0) + y'(l) &= 0 \end{cases} \tag{1}$$

wobei $l > 0$.

(a) Bestimmen Sie die Greensche Funktion.
(b) Bestimmen Sie die Lösung für $r(x) = 1$.
(c) Bestimmen Sie die Lösung für $r(x) = \cos(x)$.

5.2: Zeigen Sie, daß die komplexen Zahlen einen Körper bilden. Verwenden Sie dazu, daß $\mathbb{R}$ ein Körper ist und $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}}$.

5.3: (a) Finden Sie die beiden Lösungen der Gleichung

$$z^2 = re^{i\phi}$$

wobei $r \in \mathbb{R}_0^+$ und $\phi \in [0, 2\pi)$.

(b) Lösen Sie mit quadratischer Ergänzung die folgenden Gleichungen für $z \in \mathbb{C}$.

i. $z^2 = i$
ii. $\frac{z^2}{2} - iz = \frac{3}{2} + \sqrt{3}\,i$
iii. $iz^2 - (2i - 2)z = 4$

5.4: Betrachten Sie den normierten Raum

$$V = \{x = (x_1, x_2, \ldots) \mid x_n \in \mathbb{Z} \text{ für alle } n \in \mathbb{N} \text{ und } \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

auf dem Addition komponentenweise definiert ist. Die Norm wird durch $\|x\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|$ definiert und die offenen Mengen seien durch Vereinigungen von ϵ-Umgebungen gegeben.

(a) Zeigen Sie, daß alle Teilmengen von V offene Mengen sind.
(b) Definiere $e_i = (x_1, x_2, \ldots)$, wobei $x_n = 0$ für alle $n \neq i$ und $x_i = 1$. Setze $E := \bigcup_{i=1}^{\infty} \{e_i\}$. Zeigen Sie, daß E beschränkt und abgeschlossen ist.
(c) Zeigen Sie, daß E nicht kompakt ist, indem Sie die offene Überdeckung $\{e_i\}$, $i = 1, 2, \ldots$ wählen.