TU München
Zentrum Mathematik
Prof. Dr. K. Buchner
Dr. P. Giesl

Sommersemester 2001

Abgabe am 13. Juni 2001
zu Beginn der Übung

Mathematik für Physiker 4

— Übungsblatt 6 —

Alle Aufgaben zählen 4 Punkte.

6.1: Die folgenden Funktionen sind in $\mathbb{C} \setminus \{z_0\}$ stetig und in z_0 nicht definiert. Kann $f(z_0)$ so definiert werden, daß f eine in $\mathbb{C}$ stetige Funktion wird?

(a) $f(z) = \frac{z}{|z|}$, $z_0 = 0$

(b) $f(z) = \frac{z^2}{|z|^2}$, $z_0 = 0$

(c) $f(z) = \frac{z^2}{|z|}$, $z_0 = 0$

(d) $f(z) = \frac{z^4 - z_0^4}{z - z_0}$, $z_0 \in \mathbb{C}$

6.2: Bestimmen Sie, wo die folgenden Funktionen reell differenzierbar, komplex differenzierbar bzw. holomorph sind.

(a) $f(z) = z^3$

(b) $f(z) = |z|$

(c) $f(z) = |z|^2$

(d) $f(z) = z^2\,\overline{z}$

(e) $f(z) = \mathrm{Im}(z)^2$

6.3: Berechnen Sie $\partial_z f(z)$ sowie $\partial_{\overline{z}} f(z)$ und schließen Sie daraus, wo f holomorph ist, wobei

(a) $f(x+iy) = e^x(\cos y + i\,\sin y)$

(b) $f(x+iy) = e^x(\cos y - i\,\sin y)$

(c) $f(x+iy) = e^x \sin y$

6.4: Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen für eine auf $\mathbb{C}$ holomorphe Funktion $f(z)$:

(a) f ist konstant

(b) $\mathrm{Re} f$ ist konstant

(c) $\mathrm{Im} f$ ist konstant

(d) $|f|$ ist konstant