

# Röntgenstrahlung (RÖN)

Manuel Staebel – 2236632 / Michael Wack 2234088

## 1 Einleitung

In diesem Versuch wird das Röntgenspektrum einer Molybdänanode auf einem x–y–Schreiber aufgezeichnet. Dies gelingt durch Reflexion der Röntgenstrahlen an einem Kristallgitter. Die durch Interferenz, der an verschiedenen Gitterebenen gestreuten Strahlen, auftretenden Maxima können dazu ausgenutzt werden, die Intensitäten für verschiedene Wellenlängen getrennt voneinander aufzunehmen. Dazu wird der Kristall im Winkel  $\theta$  und das Zählrohr im Winkel  $2 \cdot \theta$  zur Röntgenröhre ausgerichtet. Zur Umrechnung des Winkels in die entsprechenden Wellenlängen  $\lambda$  wird die Bragg–Beziehung benutzt:  $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \theta_n$ . Dabei bezeichnet n die Ordnung des Maximum. Die entsprechende Energie lässt sich durch folgende Beziehung mit dem Planck'sche Wirkungsquantum ermitteln:  $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ .

Im Versuchsaufbau lässt sich der Winkel  $\theta$  mit Hilfe eines Motors kontinuierlich im Bereich von  $0^\circ - 30^\circ$  verändern. Zur Aufzeichnung der Messwerte wurde der Ausgang des Motors ( $\propto \theta$ ) mit dem X–Eingang und der Ausgang des Zählratenmessgerätes mit dem Y–Eingang des Schreibers verbunden. Vor der Durchführung der einzelnen Messungen wurde der Ausgang des Motors mit Hilfe eines Spannungsmessgeräts auf 0V abgeglichen, der Schreiber auf den Nullpunkt des Papiers kalibriert und die  $\theta - 2 \theta$  Kopplung eingestellt.

Das Röntgenspektrum setzt sich hauptsächlich aus zwei Bestandteilen zusammen: erstens aus der kontinuierlichen Bremsstrahlung, die durch das Abbremsen schneller Elektronen in der Elektronenhülle von Atomen entsteht und zweitens aus der charakteristischen Strahlung, die entsteht wenn Elektronen von einer äusseren Schale in eine innere springen und dabei Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung emittieren. Dies ist natürlich nur möglich, wenn zuvor durch die schnellen Elektronen ein Elektron aus der Elektronenhülle geschlagen wurde. Endet ein Sprung in der K–Schale, so entsteht eine K–Linie. Da es zwischen den Elektronenbahnen nur bestimmte Energiedifferenzen gibt, entstehen je nach Material verschiedene charakteristische Linien. Dies kann zur Materialanalyse genutzt werden. Die maximale Energie der Röntgenstrahlung ist nicht vom Anodenmaterial abhängig sondern wird von der Beschleunigungsspannung in der Röntgenröhre bestimmt:  $E_{max} = e \cdot U$ . Die entsprechende minimale Wellenlänge wird nur erreicht, wenn die gesamte Energie eines Elektrons bei einem einzigen Bremsvorgang in elektromagnetische Strahlung umgewandelt wird. Diese minimale Wellenlänge wird allerdings in den Versuchsergebnissen nicht sichtbar, da dafür der Winkel  $\theta = 0$  sein müsste. Ist dies jedoch der Fall, dann trifft die Strahlung direkt auf das Zählrohr und es wird das gesamte Spektrum auf einmal aufgenommen, was natürlich zu einer sehr hohen registrierten Intensität führt.

## 2 Versuchsdurchführung und Auswertung

### 2.1 Röntgenspektrum der Molybdänanode

Zur Streuung der Röntgenstrahlen wurde ein NaCl–Kristall eingesetzt. Betrachtet man nur eine Ionensorte in der Kristallstruktur (Abbildung 15), so erkennt man, dass der Netzebenenabstand halb so gross wie die Gitterkonstante ist:  $d = 0,5 a$ .

Damit ergibt sich für die Wellenlänge:  $\lambda = \frac{a}{n} \cdot \sin \theta$  und für die Energie:  $E = \frac{h \cdot c \cdot n}{a \cdot \sin \theta}$ .

Durch Einsetzen der folgenden Werte erhält man die Wellenlängen und zugehörigen Energien für die charakteristischen Linien im Röntgenspektrum. Da bei dem Maximum 3. Ordnung nur eine Spitze zu sehen ist, kann man davon ausgehen, dass es sich um die  $K_\alpha$ –Linie handelt, da diese eine grössere Intensität als die  $K_\beta$ –Linie aufweist. Deshalb stehen für die folgenden Berechnungen nur zwei Messwerte für die  $K_\beta$ –Linie zur Verfügung.

$$a = 564,94 \text{ pm} ; h = 4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eV s} ; c = 2,997924 \cdot 10^8 \text{ m/s} ;$$

	n	$\vartheta$ [°]	$\lambda$ [m]	$(\lambda - \emptyset \lambda)^2$	E [keV]	$(E - \emptyset E)^2$
K $\alpha$	1	7,5	7,37E-11	2,40E-24	1,68E+01	1,33E-01
K $\alpha$	2	14,7	7,17E-11	2,61E-25	1,73E+01	1,40E-02
K $\alpha$	3	22,2	7,12E-11	1,08E-24	1,74E+01	6,07E-02
	$\emptyset$		7,22E-11 $\Sigma$	3,74E-24	$\emptyset$ 1,72E+01 $\Sigma$	2,08E-01

K $\beta$	1	6,6	6,49E-11	4,83E-25	1,91E+01	4,37E-02
K $\beta$	2	13	6,35E-11	4,83E-25	1,95E+01	4,37E-02
	$\emptyset$		6,42E-11 $\Sigma$	9,67E-25	$\emptyset$ 1,93E+01 $\Sigma$	8,73E-02

Standardabweichung der Wellenlängen der  $K_\alpha$  -Linie:

$$s = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 3,74 \cdot 10^{-24} \text{ m}^2} = 1,37 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Messunsicherheit bei einem Vertrauensniveau von 68,26%:

$$u = \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s = 0,76 \cdot 1,37 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 1,04 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Standardabweichung der Energien der  $K_\alpha$  -Linie:

$$s = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2,08 \cdot 10^{-1} \text{ keV}^2} = 3,22 \cdot 10^{-1} \text{ keV}$$

Messunsicherheit bei einem Vertrauensniveau von 68,26%:

$$u = \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s = 0,76 \cdot 3,22 \cdot 10^{-1} \text{ keV} = 2,45 \cdot 10^{-1} \text{ keV}$$

Standardabweichung der Wellenlängen der  $K_\beta$  -Linie:

$$s = \sqrt{9,67 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2} = 9,83 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

Messunsicherheit bei einem Vertrauensniveau von 68,26%:

$$u = \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s = 1,30 \cdot 9,83 \cdot 10^{-13} \text{ m} = 1,27 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Standardabweichung der Energien der  $K_\beta$  -Linie:

$$s = \sqrt{8,73 \cdot 10^{-2} \text{ keV}^2} = 2,95 \cdot 10^{-1} \text{ keV}$$

Messunsicherheit bei einem Vertrauensniveau von 68,26%:

$$u = \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s = 1,30 \cdot 2,95 \cdot 10^{-1} \text{ keV} = 3,84 \cdot 10^{-1} \text{ keV}$$

## 2.2 Pulsanzeige mit Lautsprecher

Die Unregelmässigkeit der Pulse im Lautsprecher rührt vom zufälligen entstehen der Röntgenquanten her. So ist es reiner Zufall, wann ein Elektron auf ein Atom in der Molybdänanode trifft und dadurch abgebremst wird oder wann sogar ein Elektron aus der Hülle herausgeschlagen wird. Das Zählrohr erfasst bei weitem nicht jedes Röntgenquant, sodass sich auch hier eine statistischer Verteilung der erfassten Quanten ergibt. Dies verstärkt den ersten Effekt noch und es kommt zum unregelmässigen Auftreten der Pulse im Lautsprecher.

## 2.3 Messung der Absorption von Zirkon

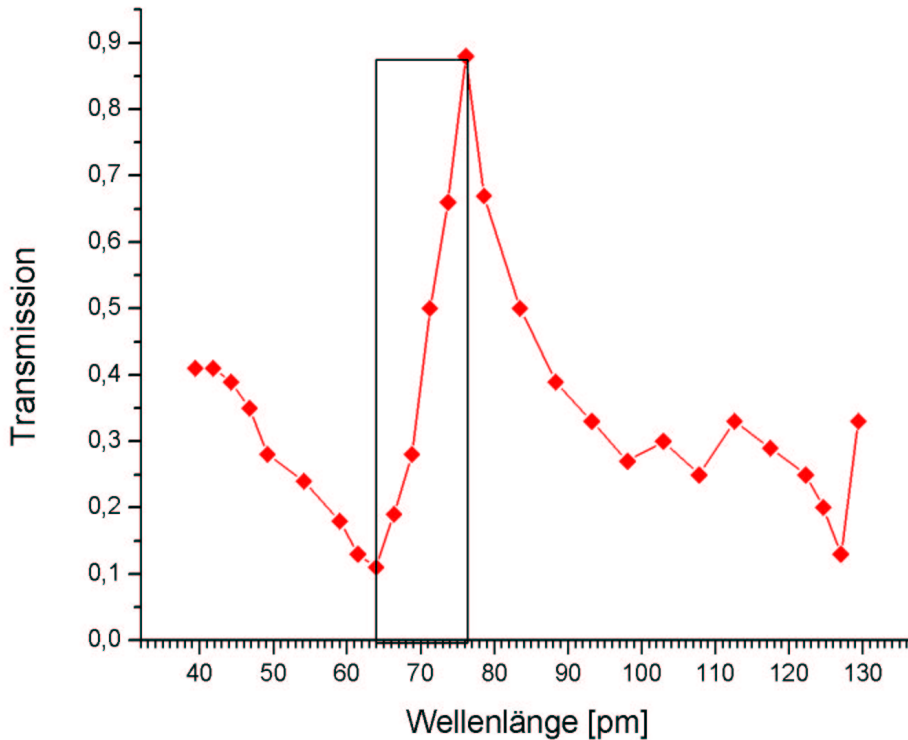
Da es bei diesem Versuch aus unbekanntem Gründen zu einer Verschiebung der aufgenommenen Kurve um ca.  $0,7^\circ$  kam, sind alle folgenden Messwerte um diesen Wert korrigiert. Die Verschiebung wurde anhand der Lage

der  $K_{\alpha}$  -Linien ermittelt, da sich deren Wellenlänge und damit der zugehörige Winkel nicht durch den Zirkonfilter verändert.

Aus der Kurve entnommene Werte und zugehörige Transmission T:

$\vartheta$ [°]	$I_0$	I	T	$\lambda$ [pm]
4,00	1,7	0,7	0,41	39,41
4,25	3,2	1,3	0,41	41,87
4,50	4,4	1,7	0,39	44,32
4,75	4,8	1,7	0,35	46,78
5,00	5,3	1,5	0,28	49,24
5,50	5,4	1,3	0,24	54,15
6,00	5,5	1,0	0,18	59,05
6,25	6,0	0,8	0,13	61,50
6,50	8,7	1,0	0,11	63,95
6,75	7,0	1,3	0,19	66,40
7,00	6,0	1,7	0,28	68,85
7,25	10,0	5,0	0,5	71,29
7,50	13,4	8,8	0,66	73,74
7,75	4,0	3,5	0,88	76,18
8,00	3,0	2,0	0,67	78,62
8,50	2,0	1,0	0,5	83,50
9,00	1,8	0,7	0,39	88,38
9,50	1,5	0,5	0,33	93,24
10,00	1,1	0,3	0,27	98,10
10,50	1,0	0,3	0,3	102,95
11,00	0,8	0,2	0,25	107,80
11,50	0,6	0,2	0,33	112,63
12,00	0,7	0,2	0,29	117,46
12,50	0,8	0,2	0,25	122,28
12,75	1,0	0,2	0,2	124,68
13,00	1,5	0,2	0,13	127,08
13,25	0,9	0,3	0,33	129,48
13,50	0,8	0,2	0,25	131,88
13,75	0,8	0,2	0,25	134,28
14,00	0,8	0,3	0,38	136,67
14,25	1,1	0,4	0,36	139,06
14,50	1,7	0,6	0,35	141,45
14,75	2,7	1,2	0,44	143,83
15,00	1,5	1,6	1,07	146,22
15,50	0,5	0,2	0,4	150,97

Transmissionsdiagramm:



Die Absorptionskante des Zirkon liegt zwischen 64 und 76 pm. Das arithmetische Mittel liegt bei 70 pm.

T	$\lambda$ [pm]	$(\lambda - \bar{\lambda})^2$
0,11	63,95	37,42
0,19	66,40	13,46
0,28	68,85	1,49
0,50	71,29	1,50
0,66	73,74	13,46
0,88	76,18	37,36
	$\bar{\lambda}$ 70,07	$\Sigma$ 104,70

Als Standardabweichung ergibt sich  $s = \sqrt{\frac{1}{5} 104,70 \text{ pm}^2} = 4,58 \text{ pm}$

Die Messunsicherheit beträgt entsprechend:  $u = 0,45 \cdot 4,58 \text{ pm} = 2,06 \text{ pm}$

Die Absorptionskante liegt also zwischen der  $K_\alpha$  - und der  $K_\beta$  -Linie. Das erklärt das völlige Verschwinden der  $K_\beta$  -Linie.

Die Kante entsteht, wenn die Energie der Röntgenquanten die Ionisierungsenergie einer tieferen Schale im Zirkonatom erreicht. Dann stehen plötzlich mehr Elektronen zur Photoabsorption zur Verfügung und die Strahlung wird abgeschwächt. Dies verursacht das schnelle Abfallen der Transmission.

### 2.4 Röntgenbeugung an Lithiumfluorid

Nun wurde der NaCl-Kristall durch einen LiF-Kristall ausgetauscht und der Zirkonfilter wieder entfernt. Aus der Grafik wurden folgende Winkel für die  $K_\alpha$  -Linien erster und zweiter Ordnung ermittelt:

	$\theta [^\circ]$	$\lambda$ aus Aufgabe 1 [pm]
$K_\alpha$ -Linie 1.Ordnung	10,8	72,2
$K_\alpha$ -Linie 2.Ordnung	21,2	72,2

Mit Hilfe der Bragg-Beziehung lässt sich nun die Gitterkonstante  $a$  und der Netzebenenabstand  $d$  von LiF bestimmen.

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \sin \theta_n \Rightarrow d = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot \sin \theta_n}$$

$$d_1 = \frac{7,22 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{2 \cdot \sin 10,8^\circ} = 192,7 \text{ pm}$$

$$d_2 = \frac{7,22 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{\sin 21,2^\circ} = 199,7 \text{ pm}$$

Dies ergibt einen Mittelwert von 196,2 pm. Die Standardabweichung beträgt  $s = \sqrt{12,25 + 12,25} \text{ pm} = 4,95 \text{ pm}$

. Die Messunsicherheit beträgt:  $u = 1,3 \cdot 4,95 \text{ pm} = 6,43 \text{ pm}$

Die Gitterkonstante ergibt sich durch  $a = 2 d$  zum doppelten Wert (392,4 pm). Die Messunsicherheit verdoppelt sich ebenfalls auf 12,9 pm.

### 2.5 Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantum

Bei diesem Versuch wurde die Auflösung in X-Richtung des Schreibers verdoppelt, da nur der energiereiche „Anfang“ des Spektrums für die Auswertung von Interesse ist. Durch Variation der Beschleunigungsspannung in der Röntgenröhre erhält man verschiedene kurzwellige Grenzen des Röntgenspektrums. Diese lassen sich jedoch nur durch Extrapolation bestimmen, da bei kleinen Winkeln die Strahlung direkt auf das Zählrohr trifft (vgl. Einleitung) und damit die Messung verfälscht wird. In der folgenden Tabelle sind jeweils die extrapolierten Winkel, bei denen das Röntgenspektrum normalerweise enden würde, in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung eingetragen. Mit  $\lambda_0 = 392,4 \text{ pm} \cdot \sin \theta$  wurde die jeweilige Grenzwellenlänge

bestimmt. Da die maximale Energie der Elektronen  $e \cdot U$  beträgt, ergibt sich  $h$  aus  $h = e \cdot U \frac{\lambda_0}{c}$ .

$U_{\text{mess}} [\text{V}]$	$U [\text{kV}]$	$\vartheta [^\circ]$	$\lambda_0 [\text{pm}]$	$h [\text{eV s}]$	$(h - \bar{h})^2$
17,30	24,47	7,80	53,25	4,35E-15	1,13E-32
19,40	27,44	7,00	47,82	4,38E-15	1,86E-32
20,90	29,56	6,16	42,11	4,15E-15	7,83E-33
23,00	32,53	5,63	38,50	4,18E-15	3,98E-33
25,00	35,36	5,26	35,97	4,24E-15	6,63E-36
27,00	38,18	4,84	33,11	4,22E-15	5,28E-34
29,90	42,28	4,32	29,56	4,17E-15	5,01E-33
				$\bar{h}$ 4,24E-15	$\Sigma$ 4,73E-32

Damit ergibt sich die Standardabweichung zu  $s = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot 4,73 \cdot 10^{-32} \text{ eV s}} = 8,88 \cdot 10^{-17} \text{ eV s}$  und die

Messunsicherheit zu  $u = 0,42 \cdot 8,88 \cdot 10^{-17} \text{ eV s} = 3,73 \cdot 10^{-17} \text{ eV s}$ . Der ermittelte Wert für das Planck'sche Wirkungsquantum liegt also um ca. 3% über dem offiziellen Wert.

### 3 Fragen

#### 3.1 Warum ergibt sich aus der durch Beugung an einem Kristall gemessenen Winkelabhängigkeit der Intensität nicht direkt das Röntgenspektrum?

Das kontinuierliche Bremsspektrum erstreckt sich über einen so breiten Wellenbereich, daß die gemessenen Intensitäten im langwelligen Bereich schon durch Beugungsmaxima der zweiten (bzw. noch höherer) Ordnung der kurzwelligeren Strahlung überlagert werden. Dies ist an der Bragg-Beziehung einfach zu sehen:

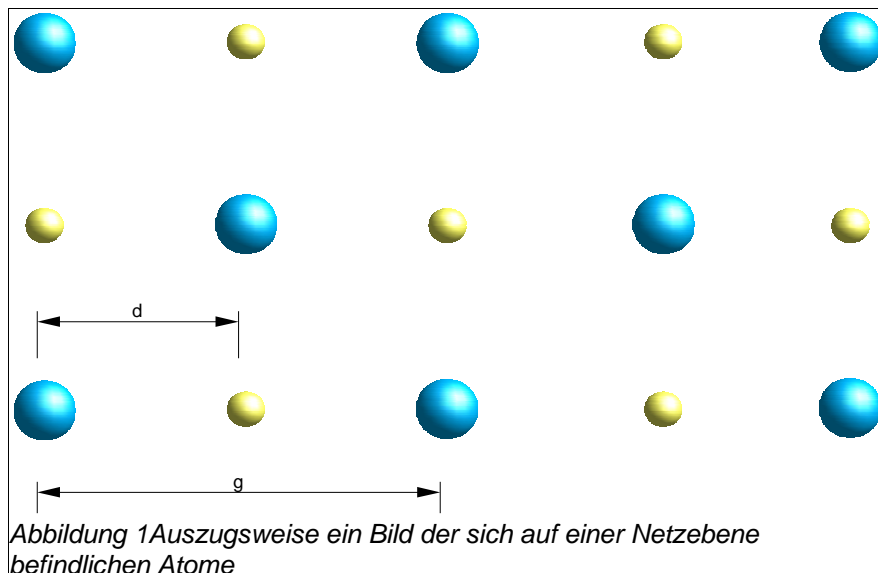
$$n \lambda = 2 d \sin \theta_n ,$$

wobei  $n$  die Ordnung des Beugungsmaximums ist. Im Versuch kann man dies deutlich an der charakteristischen Strahlung ( $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linie) erkennen, welche bis zum Beugungsmaximum 3. Ordnung auftreten. Die Überlagerungen des kontinuierlichen Bremsspektrums sind für uns nicht zu erkennen.

#### 3.2 Was ist der Unterschied zwischen Gitterkonstante und Netzebenenabstand?

Eine Elementarzelle ist das kleinste Element eines Kristallgitters, das durch Translation das vollständige Kristallgitter reproduziert. Der Weg, welcher für diese Translation benötigt wird, ist die Gitterkonstante  $g$ . Hingegen ist für Formeln wie z.B. der Bragg-Beziehung der Netzebenenabstand relevant. Eine Netzebene ist eine beliebige Ebene im Gitter die durch drei Punkte, welche nicht auf einer Geraden liegen, gekennzeichnet ist. Der Netzebenenabstand ist somit der Abstand zwei paralleler Netzebenen. Im Fall des NaCl-Kristalls gilt:

$$d = \frac{1}{2} g$$



#### 3.3 Was ist der Unterschied zwischen Röntgen- und Gammastrahlung?

Röntgen- sowie Gammastrahlung ist elektromagnetische Strahlung. Während sich die Photonenenergie bei der Röntgenstrahlung im keV-Bereich bewegt, liegt sie bei der deutlich hochenergetischeren Gammastrahlung zwischen 0,01 und einigen MeV.

Der Unterschied zwischen den beiden Strahlungen liegt in der Erzeugung. Gammastrahlung tritt bei Übergängen zwischen verschiedenen *Kernniveaus* auf. Auch im Kerne (in gewissem Sinn analog zur Atomhülle) existieren quantisierte Zustände mit den entsprechenden Energieebenen.

Röntgenstrahlung entsteht entweder durch Abbremsen von Elektronen (Bremsstrahlung) oder – der Fragestellung nach vermutlich hier relevanter – durch Übergänge zwischen den verschiedenen Energieniveaus in der *Atomhülle*.

#### 3.4 Vergleichen Sie die Funktionsweise einer Röntgenröhre mit der einer Frank-Hertz-Röhre.

In einer Röntgenröhre werden Elektronen im Vakuum durch Hochspannung (mehreren kV) beschleunigt. Die Elektronen treffen auf das Anodenmaterial und werden dadurch abgebremst. Jedes dieser abgebremsten Elektronen emittiert ein Photon dadurch kommt das kontinuierliche Bremsspektrum zustande. Beim Auftreffen auf ein Elektron aus dem inneren Hüllenbereich eines Anodenatoms kann dieses aus der Hülle herausgerissen werden. Das so entstandene Loch wird mit Elektronen aus höherliegenden Energieniveaus gefüllt und bei einem solchen Übergang werden ebenfalls Photonen emittiert (charakteristische Röntgenstrahlung).

Eine Frank–Hertz–Röhre ist hingegen mit Gas (in der Regel Hg–Dampf) gefüllt. Hier werden die Elektronen nur durch wenige Volt von der Kathode zur Anode beschleunigt. Die Elektronen führen auf dem Weg zur Anode zunächst mit den Atomen nur elastische Stöße aus, wobei sie kaum Energie verlieren – der Anodenstrom steigt steil kontinuierlich an, da die Elektronen genug Energie besitzen, die die geringe Anodengegenspannung zu überwinden. Sobald die Elektronen mit zunehmender Beschleunigungsspannung jedoch die erste Anregungsenergie der Gasatome erreichen, bricht der Anodenstrom rapide ein. Es können also nur diskrete Energien zur Anregung von Atomen aufgebracht werden. Werden die durch die Anregung entstandenen Lücken in der Atomhülle wieder durch Elektronen höhergelegener Schalen besetzt, so werden beim Quecksilber Photonen mit einer Wellenlänge im Bereich des sichtbaren Lichts emittiert.