

Fortgeschrittenenpraktikum: Versuch 11

„Suprafluides Helium“

1 Einleitung

Helium bleibt im Gegensatz zu anderen Elementen auch bei sehr tiefen Temperaturen noch flüssig und lässt sich nur unter hohem Druck verfestigen. Es wechselt jedoch bei Temperaturen unter 2,17 K in einen suprafluiden Zustand (Phasenübergang 2. Art, d.h. ohne latente Wärme), der im Vergleich zu den aus dem täglichen Leben bekannten Aggregatzuständen einige merkwürdige Eigenschaften hat, die aus der Reibungsfreiheit resultieren.

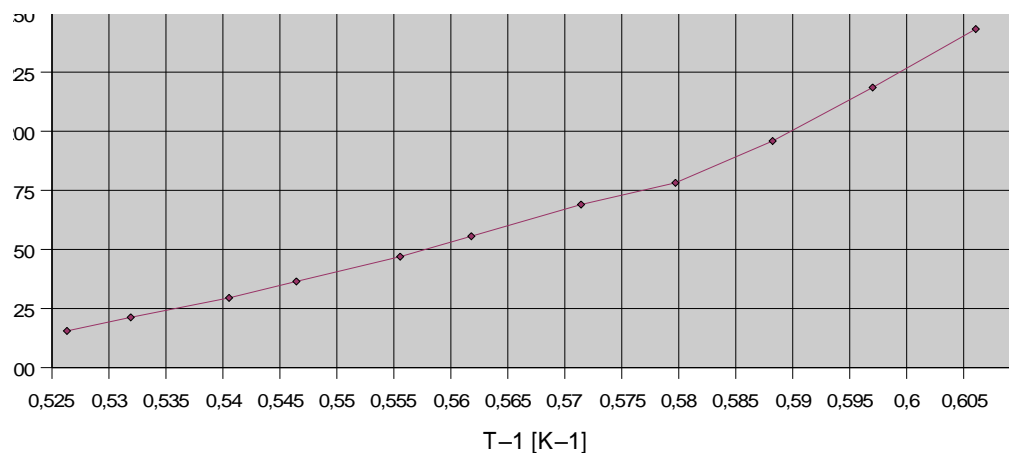
2 Eichung des Thermometers

2.1 Diagramm: Eichkurve

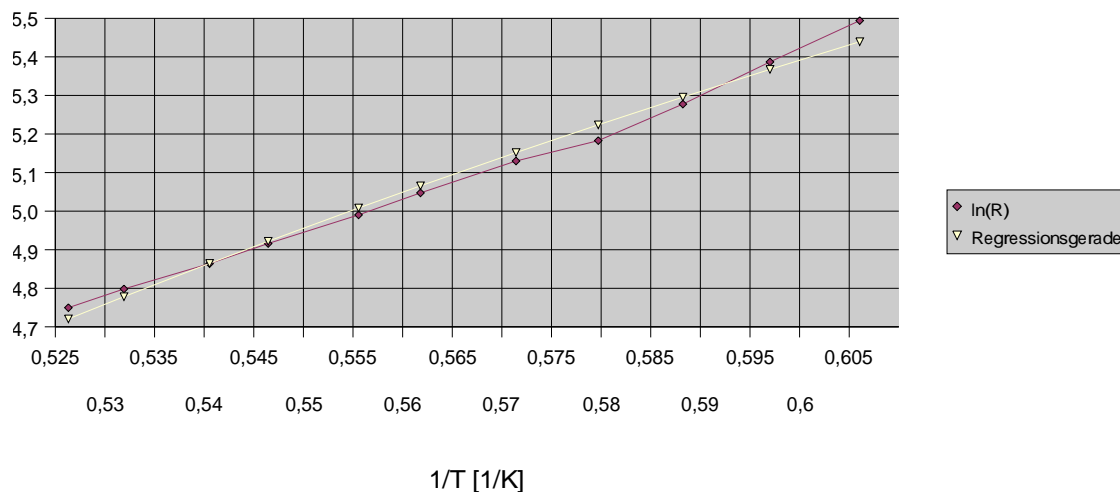
Zur Erstellung einer Eichkurve wurde jeweils die Temperatur und der dazugehörige Widerstand bestimmt. Die Temperatur wurde dabei mit Hilfe der Dampfdrucktabelle (in der Versuchsanleitung) aus dem gemessenen Druck berechnet.

p [mbar]	T [K]	R [k Ω]
9,1	1,650	243,260
10,1	1,675	218,528
11,5	1,700	195,901
13,0	1,725	178,202
13,9	1,750	169,000
15,4	1,780	155,615
16,6	1,800	146,979
18,5	1,830	136,468
19,9	1,850	129,529
21,8	1,880	121,304
23,2	1,900	115,539

Eichkurve linear:



Eichkurve logarithmisch mit Regressionsgerade:



2.2 Regressionsformel

Die Gleichung der Regressionsgerade lautet:

$$\ln(R(T)) = A \cdot T^{-1} + B$$

Nach T aufgelöst:

$$T = \frac{A}{\ln(R(T)) - B}$$

Aus unseren Messergebnissen ergibt sich für die Koeffizienten:

$A = 9,057 \pm 0,021$, $B = -0,033$ (mit Tabellenkalkulation ermittelt; R in $k\Omega$, T in K)

2.3 Mittlere Aktivierungsenergie

Das Boltzmann-Gesetz gibt die Anzahl N der Elektronen im Leitungsband in Abhängigkeit von der Temperatur an:

$$N \propto e^{-\frac{E}{k_B T}}$$

E ist die mittlere Aktivierungsenergie. Der elektrische Widerstand ist umgekehrt proportional zu der Anzahl der Elektronen im Leitungsband, d.h. es gilt:

$$R(T) \propto e^{+\frac{E}{k_B T}}$$

Aus der Gleichung der Regressionsgerade

$$\ln(R(T)) = A \cdot T^{-1} + B$$

ergibt sich

$$R(T) = e^{A/T} \cdot e^B$$

und durch Vergleich mit dem Boltzmann-Gesetz:

$$A = \frac{E}{k_B}$$

d.h. $E = (9,057 \pm 0,021) \cdot k_B = (0,780 \pm 0,0018)\text{meV}$.

3 Entropiebestimmung

Suprafluide Flüssigkeiten werden mit dem Zwei-Flüssigkeits-Modell beschrieben. Hierbei handelt es sich um eine Mischung der normalflüssigen Komponente mit Dichte ϱ und der suprafluiden Komponente mit Dichte ϱ_s . Die Flüssigkeitskomponenten durchdringen sich vollständig, weil die suprafluide Komponente sich reibungsfrei zwischen den anderen Atomen hindurch bewegen kann.

Zur Messung der Entropie benutzt man eine Röhre, die über ein Supraleck (Material, das nur von der supraflüssigen Komponente durchquert werden kann) mit dem restlichen Helium verbunden ist. Das Helium in der Röhre wird geheizt, dadurch sinkt die Dichte des Heliums und damit der Schweredruck, wodurch suprafluides Helium durch das Supraleck nachströmt, bis der Druck innerhalb und außerhalb der Röhre wieder im Gleichgewicht ist.

Aus der Gibbs-Duhem-Beziehung

$$S dT = V dp$$

folgt

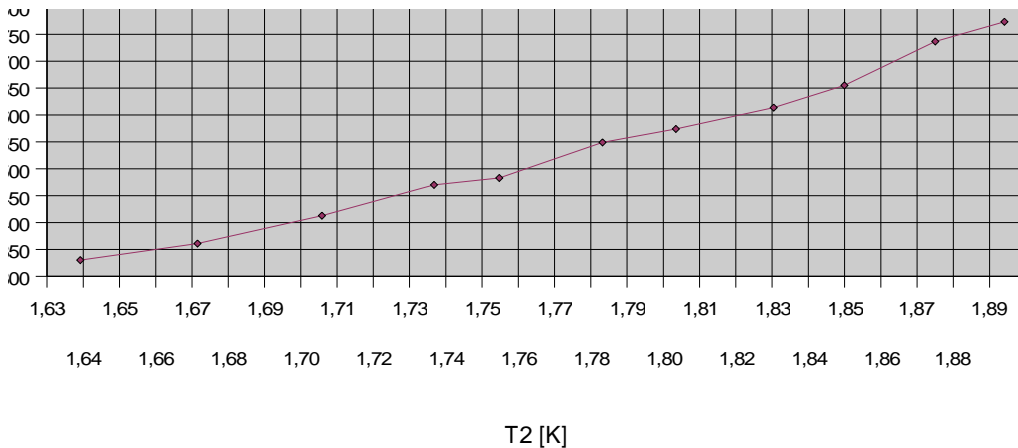
$$\frac{dp}{dT} = \frac{S}{V} = \frac{S}{m/\varrho}$$

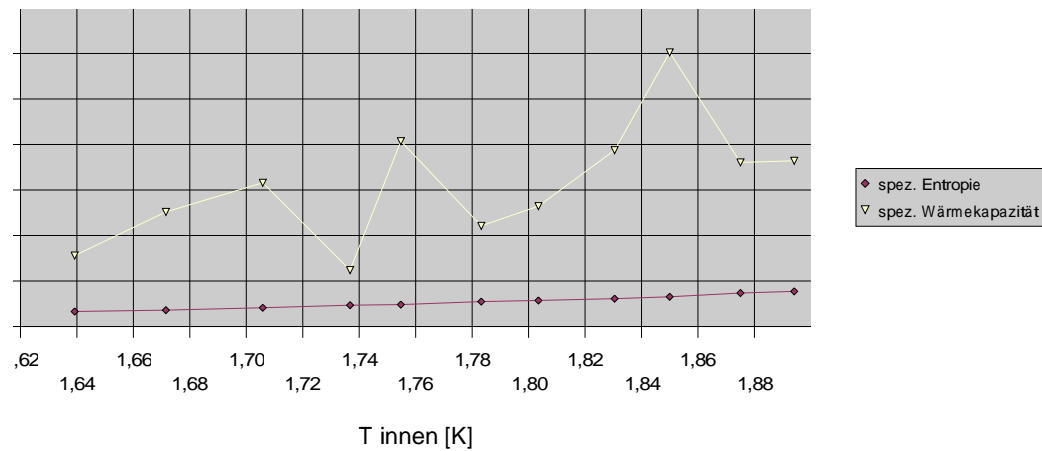
$$\frac{S}{m} = \frac{1}{\varrho} \frac{dp}{dT} \approx \frac{1}{\varrho} \frac{\Delta p}{\Delta T}$$

Für den Druck wird der Schweredruck $p = mg/A = (\varrho \cdot V) \cdot g/A = \varrho \cdot g \cdot \Delta h$ eingesetzt, damit man ihn über den Höhenunterschied der Flüssigkeitspegel innerhalb und außerhalb des Rohrs bestimmen kann. Für die spezifische Entropie gilt dann:

$$s := \frac{S}{m} = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\varrho \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta T} = \frac{g \cdot \Delta h}{\Delta T}$$

ΔT wird mit Hilfe obiger Eichkurve über den Differenzwiderstand $R_{Rohr} - R_{Bad}$ bestimmt.





Spezifische Wärme einer Debye-Flüssigkeit, deren einzige Anregung longitudinale Phononen sind:

$$c_{Phon} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{2\pi^2 k_B^4}{15(\hbar v_L)^3} \cdot T^3$$

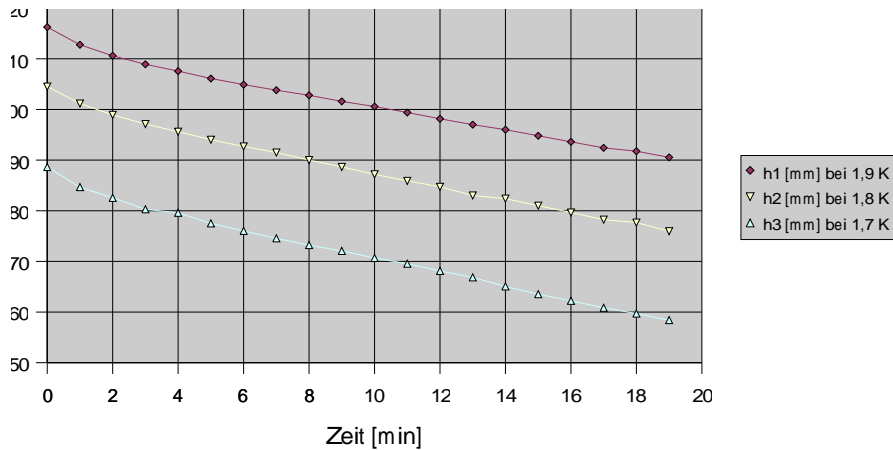
Wie man aus der Tabelle erkennen kann, ist die spezifische Wärme einer Debye-Flüssigkeit bei diesen Temperaturen um mehr als eine Größenordnung kleiner. Offensichtlich ist die Anregung longitudinaler Phononen nur ein untergeordneter Effekt, und bei weitem nicht die einzige Anregung.

Die von uns ermittelte spezifische Wärme stimmt dabei ungefähr mit den Diagramm im Bergmann-Schäfer überein.

Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme: Aus unseren Messwerten kann man wegen der starken Schwankungen nur sagen, dass die spezifische Wärme offenbar mit der Temperatur steigt; bei der spezifischen Wärme der Debye-Flüssigkeit ist das ebenfalls der Fall.

4 Filmflussmessung

4.1 Diagramm: Heliumstand als Funktion der Zeit



4.2 Filmdicke bei 1,7 K

$$\dot{V} = \frac{\rho_s}{\rho} \cdot \pi \cdot D \cdot v_c \cdot d$$

$$d = \frac{\dot{V}}{\pi \cdot D \cdot v_c} \cdot \frac{\rho}{\rho_s}$$

mit $\dot{V} = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi \cdot \dot{h}$

$$d = \frac{D \cdot \dot{h}}{4v_c} \cdot \frac{\rho}{\rho_s}$$

mit $D = 1,4 \text{ mm}$, $v_c = 300 \text{ mm/s}$, $\frac{\rho_s}{\rho} = 0,7$ (aus Angabe); $\dot{h} = -1,471 \text{ mm/min}$ (mit Tabellenkalkulation bestimmt) beträgt die Dicke des Films:

$$d = -2,86 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$$

4.3 Hängt die Filmdicke von der Höhe des Films über dem Flüssigkeitsspiegel ab?

Aus dem Diagramm ergibt sich praktisch ein linearer Abfall des Flüssigkeitspegels (daher ist \dot{h} konstant und kann mittels Regressionsgerade bestimmt werden), und laut obiger Formel ist die Filmdicke proportional zu \dot{h} - die Filmdicke müsste also konstant sein.

Laut Bergmann-Schäfer gilt für die Filmdicke die empirische Beziehung:

$$d = 3 \cdot 10^{-5} \cdot h^{-\frac{1}{3}}$$

die wir nicht bestätigen können - aber diese Abhängigkeit ist so gering (zeigt sich bei den von uns gemessenen Höhen erst in der zweiten Nachkommastelle), dass sie in guter Näherung als konstant angesehen werden kann.

4.4 Wie ändert sich das Verhältnis der Dichten von suprafluidem zu normalem Helium mit der Temperatur? Welche suprafluide Dichte ist am λ -Punkt zu erwarten?

Dazu wird die Formel zur Berechnung der Filmdicke nach dem Dichteverhältnis aufgelöst:

$$\frac{\rho_s}{\rho} = \frac{D}{4d \cdot v_c} \cdot \dot{h}$$

$T [K]$	\dot{h}	$\frac{\rho_s}{\rho}$
1,9	0,0214	0,87
1,8	0,0238	0,97

Mit steigender Temperatur nimmt der Anteil des suprafluiden Heliums ab, was durch unsere Messungen qualitativ bestätigt wird - jedoch nicht quantitativ: bei den Rechnungen sind wir von einem Verhältnis von 0,7 bei 1,7 K ausgegangen, d.h. das Verhältnis bei 1,8 und 1,9 K sollte kleiner sein, aber es ist größer.

4.5 Wie groß wäre der stündliche Verlust an Helium durch Filmfluss bei 1,7 K?

Um den stündlichen Verlust auszurechnen, setzt man in die Formel die Abmessung des Glasdewars (Durchmesser 95 mm) ein; das Ergebnis lautet 6,45 ml/h.